

Razão áurea e ideias básicas de função: uma proposta de trabalho no 7º ano do ensino fundamental

Golden ratio and basic ideas of function: a proposal to work with the 7th grade

Karina de Oliveira Castro

Universidade Severino Sombra

karinadeoliveiracastro@gmail.com

Sônia Cristina da Cruz Mendes

Universidade Severino Sombra

soniaccm@click21.com.br

Chang Kuo Rodrigues

Universidade Severino Sombra

chang@powerline.com.br

Resumo

O presente trabalho faz parte da primeira fase de um projeto maior que engloba duas dissertações de mestrado: uma delas sobre Razão Áurea e outra sobre Funções. As pesquisadoras desenvolveram uma sequência de atividades de modo que fossem contemplados os dois temas. O objetivo da pesquisa é verificar de que modo o trabalho com Razão Áurea pode auxiliar no desenvolvimento de algumas ideias básicas de Função. O estudo contou com a participação de 27 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, na zona urbana, do Município de Cataguases, MG, e foi aplicado por uma das pesquisadoras, professora da turma. Além das ideias básicas de Função, particularmente generalização de sequências, e razão áurea que foi apresentada como um padrão, uma lei que se repete, observamos também o modo como os alunos construíram os conceitos a partir do raciocínio de generalidades. Os resultados sugeriram a possibilidade de trabalhar concomitantemente estes dois temas. Percebemos, ainda, que o pensamento algébrico apareceu como ponto importante no trabalho com os dois conteúdos, e que seu desenvolvimento pode ser auxiliado a partir das atividades aplicadas.

Palavras-chave: Razão Áurea. Função. Pensamento Algébrico.

Abstract

This paper is part of the first stage of a larger project that includes two dissertations: one on the Golden Ratio and one on functions. The researchers developed a string of activities so that both issues were covered. The purpose of this research is to examine how the work with the Golden Ratio can aid in developing some basic ideas of function. The study had the participation of 27 students from the 7th grade of elementary school in a public school in an urban area, the municipality of Cataguases, MG, and was applied by one of the researcher's teacher of the class. Beyond the basic ideas of function, particularly generalization of sequences and golden ratio was hailed as a pattern, a law that repeats itself we also observe how the students built the concept from the general reasoning. The results suggested the possibility to work same time these two themes. We realize also that the algebraic thinking came as an important issue in working with both content and that its development can be aided from the activities implemented.

Keywords: Golden Ratio. Function. Algebraic Thinking.

Introdução

A ideia deste estudo partiu da curiosidade que acompanha todo professor-pesquisador interessado em conhecer a natureza da construção do conhecimento por parte dos alunos. E, como alunas do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Severino Sombra, no município de Vassouras, RJ, apoiadas pela mesma professora orientadora, resolvemos investigar a possibilidade de conciliar dois objetos matemáticos, Função e Razão Áurea, de modo a favorecer a compreensão dos alunos.

Uma das vertentes de nosso trabalho busca analisar que tipos atividades permitem compreender melhor a Razão Áurea e de que forma ela pode inserir-se no cotidiano das aulas de Matemática, ganhando assim, significado e motivação no processo de aprendizagem. A outra vertente, diz respeito ao estudo das ideias e conceito de Função, particularmente valorizando a construção do conhecimento, a ser trabalhada no 7º ano do Ensino Fundamental, em ambos os casos. Portanto, o objetivo deste estudo é verificar de que forma o trabalho com Razão Áurea permite o desenvolvimento de algumas ideias básicas de Função. Mais adiante detalharemos as atividades aplicadas.

Destacamos a importância do pensamento algébrico elaborado pelos estudantes por ter sido preponderante no momento em que ocorreu a generalização dos padrões, uma vez que buscávamos a lei matemática que os definia. Com efeito, a Álgebra é um ramo da Matemática nem sempre bem aceito pelos alunos e, muitas vezes, isso se deve pelo excesso de simbologias matemáticas. Por isso, procuramos elaborar atividades que permitissem favorecer a transição da linguagem verbal para a linguagem matemática. Na discussão dos resultados, faremos uma explicitação mais detalhada dos procedimentos realizados pelos alunos.

Referencial teórico

O tema Função tem sido recorrente nas pesquisas atuais em Educação Matemática. Segundo Caraça (2010), Função é um dos conceitos fundamentais da Matemática, juntamente com Números e Infinito. Contudo, vários trabalhos apontam certas restrições no aprendizado deste tema quando os alunos têm que lidar com ele em séries posteriores, como por exemplo, no Ensino Médio. Obstáculos que vão desde a confusão entre domínio e contradomínio até ao lidar com a simbologia de representação algébrica de Função. Outros trabalhos vêm mostrando avanços que alguns pesquisadores encontram no trabalho com Função desde as séries finais do Ensino Fundamental, como por exemplo, a partir do 6º ano de escolaridade.

Acreditamos que o trabalho com ideias básicas de Função busca resgatar ainda a própria evolução histórica do conceito, pois, se hoje temos o instrumento matemático, não podemos ignorar que a necessidade humana fez com que este conceito se desenvolvesse. Dessa forma, é pertinente fazer com que os estudantes tenham contato com as ideias que estão no cerne da Função, tal qual Tinoco (2009) aponta algumas delas, a saber: variável, dependência, regularidade e generalização. No trabalho com as ideias que compõem o conceito de Função esperamos que o quesito criatividade faça parte das aulas do professor. Assim, elaboramos algumas atividades no sentido de favorecer a construção do conhecimento no processo de aprendizagem. E, nessa direção, nos deparamos com um outro objeto matemático, bastante adequado para o nosso propósito: Razão Áurea. Buscamos esta zona de confluência por acreditar que o trabalho com o Número de Ouro poderá despertar nos alunos a curiosidade e fazer com que eles tenham vontade em construir medidas proporcionais, utilizando a mesma lei, a mesma ideia de regularidade.

A Razão Áurea inspira estudiosos de todas as disciplinas. O homem também se apropriou de *Phi* para realizar inúmeras obras e monumentos, conforme reitera Lívio (2007, pág. 18) que “a atratividade do ‘Número Áureo’ origina-se, antes de mais nada, do fato de que ele tem um jeito quase sobrenatural de surgir onde menos se espera”. Desde as épocas mais antigas até os dias atuais, temos construído com a ajuda de *Phi*, por ser ele o número que expressa, segundo nossos conceitos de beleza, a mais perfeita relação de harmonia já conseguida pelas mãos humanas. Segundo Fonseca (1997), o ensino da matemática de forma holística facilita a compreensão do todo e, por isso, nesse trabalho, escolhemos fazer uma relação entre a Razão Áurea e as ideias relativas à Função. Nesse contexto, o estudo da Razão Áurea nos permite um estudo histórico, interdisciplinar e geométrico, a fim de produzir um espaço de caráter motivador e instigador para pesquisa e estudo dos conceitos relacionados à função.

A construção dos conceitos está relacionada a um processo de desenvolvimento de várias habilidades como atenção, lógica, abstração, comparação, discriminação e a generalização. Segundo Vygotsky (2000, p. 246), “o conceito é, em termos psicológicos, um ato de generalização”.

Utilizamos os estudos de Guy Brousseau para ancorar o nosso trabalho, principalmente, no tocante ao conceito de Obstáculos Epistemológicos. Brousseau (2008) afirma que os Obstáculos Epistemológicos foram vivenciados pelos próprios matemáticos no decorrer da história. Eles fazem parte da gênese natural do conhecimento. Ao trabalharmos com alunos que nunca vivenciaram determinado conceito, é de se esperar que eles resistam de alguma forma ao que é proposto, de forma a privilegiar sempre o conhecimento anterior. O autor mostra ainda que é preciso permitir este desconforto ao estudante, para que ele saiba buscar saídas para seus conflitos e percorra o caminho vivenciado pela humanidade. Neste trabalho, queremos investigar quais obstáculos epistemológicos estarão presentes na construção do pensamento dos alunos com relação a ideias básicas de Função e de que forma a turma lidará com eles.

Ainda de acordo com o mesmo autor, procuramos evitar alguns efeitos do Contrato Didático que se estabelece entre professor e aluno, principalmente aquele chamado de Efeito Topaze, que é aquela situação em que o professor se encarrega de partes substanciais da aula, tirando conclusões que seriam de obrigação do aluno, de modo que impossibilita o aluno de construir seu conhecimento. Brousseau indica que, neste caso, o professor vai fazendo perguntas tão simples para que o aluno se aproprie de determinado conhecimento que, se ele não estivesse presente, tal aluno não chegaria a essas conclusões facilmente.

O procedimento metodológico utilizado no presente trabalho foi a descrição qualitativa do desempenho dos alunos nas atividades, um método defendido pelo professor Ubiratan D'Ambrosio (2006):

Difícilmente se chega ao novo seguindo caminhos já trilhados. O que dá sentido às disciplinas é sua capacidade de contribuir para o avanço do pensamento novo. A crítica que faço se aplica, obviamente, à pesquisa quantitativa, mais apropriada ao melhoramento de ervilhas! (...) A pesquisa qualitativa é outra coisa. No meu entender é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. (D'AMBROSIO, 2006, p. 19)

A seguir, passaremos a detalhar alguns resultados de nossa pesquisa.

A pesquisa

Essa investigação buscou apresentar aos alunos o tema Razão Áurea como um padrão, uma lei utilizada nas artes e nas construções. A partir da observação deste padrão introduzimos algumas ideias de regularidade, dependência e generalização, ou seja, aquelas que são essencialmente básicas no conceito de Função.

Para as atividades aplicadas utilizamos o quadro adotado por Tinoco (2009), em sua obra **Construindo o conceito de Função**, fazendo valer os níveis de compreensão do conceito de acordo com a escolarização básica. As atividades foram retiradas e adaptadas do livro: **Tudo é Matemática**, do autor Dante, da 8ª série (ou 9º ano). Além disso, os alunos foram orientados a utilizar a calculadora. Vale ainda ressaltar que uma das pesquisadoras é também professora da turma, que é constituída de 27 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

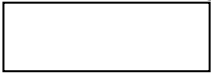
	NÍVEIS			
	COMPREENSÃO INTUITIVA	MATEMATIZAÇÃO INICIAL	ABSTRAÇÃO	FORMALIZAÇÃO
CARACTERÍSTICAS	<ul style="list-style-type: none"> Utilização do conhecimento informal da vida. Pensamento com base na percepção visual. Ações espontâneas. 	<ul style="list-style-type: none"> Organização e quantificação das primeiras noções intuitivas. O conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção. 	<ul style="list-style-type: none"> O conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria. Generalização 	<ul style="list-style-type: none"> Uso da linguagem simbólica Descontextualização Justificação lógica das operações.
PARA FUNÇÕES	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecimento de dependência (não quantificada). Estabelecimento de leis de formação simples e visuais. Construção e interpretação de tabelas e gráficos de colunas e setor. 	<ul style="list-style-type: none"> Quantificação das leis. Reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. Interpretação de gráficos cartesianos. Construção de gráficos cartesianos simples. Reconhecimento do domínio (analisado no contexto). 	<ul style="list-style-type: none"> Escrita de expressões analíticas. Distinção entre equações e funções. Construção e interpretação de gráficos convencionais e não-convencionais. Caracterização de relações funcionais. 	<ul style="list-style-type: none"> Notação: $f:AB$ $y = f(x)$ Domínio, imagem. Classificação. Operações com funções.
1º Segmento				
5º e 6º ano				
7º e 8º ano				
Ens. médio				

Figura 1: Quadro - Níveis na compreensão do conceito de função.

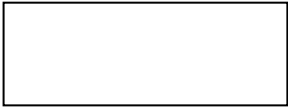
Fonte: TINOCO, 2009, p. 7.

As primeiras questões estavam no primeiro nível apontado por Tinoco (2009): a compreensão intuitiva e trazia a ideia de **Regularidade**.


1. Examine os retângulos seguintes. As medidas, em centímetros, estão sem escala.



5 3



8 5



13 8

a) Divida a medida do comprimento pela largura de cada um dos retângulos. Que número você encontrou? _____

b) Você consegue perceber uma regularidade na sequência de retângulos? Desenhe os outros próximos três retângulos (pode ser sem escala).

c) Para os retângulos que você desenhou, faça o mesmo procedimento da letra *a*. Que número você encontrou? _____

Figura 2: Questões com ideia de Regularidade.

Fonte: Dados da pesquisa.

A atividade 1 diz respeito à formação de padrões. Notamos que a turma sentiu-se bastante à vontade. Os alunos acharam interessante a descoberta de padrões. Na divisão do comprimento pela largura os alunos encontraram sem muita dificuldade o padrão numérico. A professora-pesquisadora orientou para que todos utilizassem o número 1,6. Em nenhum momento a turma contato com o conceito dos números Irracionais. Uma situação curiosa ocorreu com a utilização do vocabulário: muitos alunos preferiram adotar as palavras “lado maior” e “lado menor” ao invés de “comprimento” e “largura”. Tal fato corrobora em muitas pesquisas atuais sobre a importância da linguagem de professor e aluno, de modo que um não interfira no processo do outro.

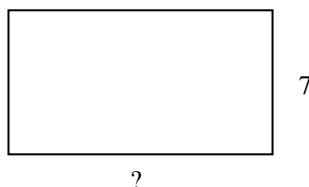
No entanto, houve intervenção, conforme aconteceu na próxima questão (letra **b**), em que pedia à turma que continuasse a sequência observada. Uma aluna disse: “O número de baixo é colocado para cima”. Em seguida, a professora-pesquisadora sugeriu que dissesse a mesma frase utilizando as palavras Comprimento e Largura.

Com efeito, constatamos que, em alguns momentos, é necessária uma intervenção no que tange à linguagem matemática adequada e, mesmo assim, os alunos demoraram um pouco para descobrir o padrão do comprimento (soma entre Comprimento e Largura do retângulo anterior). Mas demonstraram compreensão tão logo encontraram a lei de formação. Por outro lado, eles tiveram uma certa limitação ao desenhar outros retângulos (letra **b**). Utilizaram bem a linguagem verbal, mas houve pequena resistência na conversão para o registro escrito. Isso demonstra a importância deste tipo de atividade. Para a próxima questão (letra **c**) não houve dificuldade por parte da turma. Eles perceberam que a sequência era a mesma e encontraram o padrão numérico.

Assim, as atividades relacionadas ao nível de **compreensão intuitiva** dos alunos mostraram que, de fato, a turma utilizou conhecimentos prévios e valeu-se da percepção visual para o desenvolvimento de seu pensamento. As próximas questões encontram-se no nível da **matematização inicial**. Vejamos, a seguir, como os alunos quantificaram a lei encontrada.

Neste ponto, apresentamos à turma a Razão Áurea, o Número de Ouro. Já que estamos utilizando este tema como subsídio para o trabalho com ideias básicas de Função, buscamos conduzir a turma a reconhecer sempre **a mesma lei de formação**. Assim, eles deveriam buscar as medidas do Comprimento dos retângulos de modo a obter a Razão Áurea. O nosso objetivo, a partir desse ponto, era que a turma quantificasse e generalizasse a **lei de formação de retângulos áureos quando é conhecida a medida de sua Largura**. Vejamos as atividades a seguir:

- d) a eu quero desenhar um retângulo de modo que a divisão das medidas do comprimento pela largura também resulte no número que você encontrou nas letras *a* e *c*. Já escolhi a medida da largura. Quanto medirá o comprimento?



- e) Você está trabalhando com o número de ouro, também conhecido como razão áurea. Os gregos utilizavam este número em suas construções por considerar que ele tornava as obras mais harmoniosas, mais belas. O Partenon, em Atenas, Grécia, foi construído seguindo a razão áurea. Ele tem 18,24m de altura. Veja se você consegue determinar seu comprimento aproximado_____



- f) Imagine que o pintor Leonardo da Vinci (1452-1519) tenha recebido muitas encomendas de quadros que preservassem a razão áurea em suas medidas. Para facilitar, ele montou uma tabela, como a que está abaixo. Preencha-a de modo que as dimensões possam revelar o número de ouro.

Largura	Comprimento	Comprimento: Largura
20 cm		
40 cm		
50 cm		



Esboços de Da Vinci

Figura 3: Questões no nível de matematização inicial.

Fonte: Dados da pesquisa.

As atividades deste nível buscavam a matematização da lei observada. Como afirmamos, o nosso intuito era encontrar a lei de formação de retângulos áureos a partir da medida da Largura. Para isso, utilizamos a questão da letra **d**. Não foi sem dificuldade que os alunos resolveram a atividade. Por isso constatamos a importância de conhecimentos prévios na Matemática, como a habilidade nas operações de divisão. A turma foi orientada da seguinte forma: “Que número dividido por 7 resulta 1,6?”. A princípio, a turma demonstrou uma certa resistência em responder, mas a professora-pesquisadora utilizou outro exemplo: “Que número dividido por 3 resulta 5?”. Todos responderam que era o número 15. Em seguida, perguntou-se: “Que operação foi feita com o 3 e o 5 para encontrar 15?” Daí todos concluíram que era a multiplicação dos valores. Outros exemplos foram realizados de modo que os alunos percebessem que a regra também é válida para outros números. Assim, voltando à questão inicial, a turma notou que bastava multiplicar 7 por 1,6 e obteriam o valor da medida do comprimento. Depois de encontrado esse valor, a professora-pesquisadora ainda pediu que dividissem os valores de modo a encontrar 1,6. A próxima questão, letra **e**, apresentava o tema Razão Áurea aos alunos. Eles deveriam repetir o procedimento anterior para encontrar a medida aproximada da largura do Partenon. Alguns alunos tiveram dificuldade devido ao número decimal, o que reforça a importância deste conteúdo dentro da Matemática. Mas observou-se que, neste ponto, muitos alunos já haviam generalizado a lei. A última questão deste nível, letra **f**, trazia a lei dentro de uma tabela. Na verdade, as questões eram as mesmas, em contextos diferentes. De acordo com o quadro de níveis, segundo Tinoco (2009), os alunos puderam quantificar as noções intuitivas que tiveram no nível anterior.

Partimos agora para o próximo nível proposto pela mesma autora, em que traz a ideia de **Generalização**. Acreditamos que as atividades anteriores, de matematização, já trazia a generalização da lei apresentada, mas nosso objetivo convergia para que o aluno escrevesse, com suas palavras, o que ele vinha observando. Seguindo ainda o mesmo enunciado da primeira questão, tem-se que:

g) Você utilizou o mesmo procedimento para encontrar as medidas que resultam na razão áurea?_____ Explique com suas palavras que procedimento foi esse._____

Figura 4: Questão com ideia de Generalização.

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebeu-se que o padrão de respostas foi **multiplicar o número menor por 1,6 para se obter o número maior**. Mais uma vez a professora-pesquisadora orientou para que reescrevessem a frase utilizando as palavras Comprimento e Largura. Da mesma forma que

anteriormente, muitos alunos resistiram ao reescrever as frases. Haviam compreendido a lei de formação, mas não conseguiam estabelecer o pensamento com as palavras, a linguagem, que havia sido pedido. Alguns alunos orientaram os colegas com dificuldade. Mais uma vez ficou claro que a linguagem tem papel preponderante na conversão dos registros. Com relação à ideia de **Generalização**, os alunos demonstraram compreensão na atividade. O próximo passo é, agora, a **Abstração**. Na sequência, seguem as atividades utilizadas para esse fim.

- h) No seu raciocínio anterior, substitua a palavra comprimento por **C** e largura por **L** e reescreva seu pensamento em forma de símbolos (letras). _____
- i) Podemos afirmar que o comprimento é dado em função de quê? _____
Então podemos afirmar também que o valor do comprimento depende de qual valor? _____ Dessa forma, se variarmos o valor da medida da largura, o que acontece com o valor da medida do comprimento? _____ Ou seja, se a medida da largura aumenta em relação a um valor anterior, a medida do comprimento _____ (aumentará/diminuirá).
- j) Seguindo este raciocínio e o procedimento que você utilizou nas letras *g* e *h*, quais valores que estão mudando, isto é, variando? _____ E qual a parte que não está mudando? _____

Figura 5: Questões com ideia de Abstração.

Fonte: Dados da pesquisa.

Afirmamos anteriormente que a turma teve dificuldade em substituir as palavras: Maior e Menor por Comprimento e Largura. Dessa forma, para a questão da letra **h**, também houve resistência por boa parte dos alunos. Mas aqui a situação era diferente. Não se tratava de generalizar. Agora era preciso generalizar **em símbolos**, em termos matemáticos. É o primeiro passo para a Álgebra.

A turma ainda não teve contato com generalizações algébricas. Em outro estudo feito com esta mesma turma, no ano letivo anterior, verificou-se que a ausência do pensamento algébrico impediu que esses mesmos alunos comunicassem suas ideias em forma de símbolos. Na ocasião, a pesquisadora não era professora da turma. A circunstância que ocorreu nesta investigação foi diferente. A pesquisadora, como professora da turma, interveio na situação de maneira a iniciar um trabalho com a linguagem algébrica. Os alunos foram orientados a escrever o mesmo pensamento anterior, mas em forma de símbolos. Para as palavras

Comprimento e Largura eles deveriam utilizar as letras C e L, respectivamente. Para simbolizar a palavra Multiplicação eles também utilizariam o símbolo desta operação. A professora conduziu os alunos de modo que eles indicassem qual o símbolo apropriado para substituir a expressão **para se obter o número** ou **resulta em**. A maioria da turma concluiu que o símbolo = era o mais adequado.

Dos 27 alunos, 15 chegaram à expressão: $L \cdot 1,6 = C$. Os outros 12 alunos mesclaram símbolos com algumas palavras. Os resultados apresentados logo abaixo, nos revelam a evolução do pensamento e, como afirma Brousseau (2008), não são um erro, mas um obstáculo epistemológico, uma resistência natural ao novo, uma ruptura do conhecimento anterior.

$C \cdot L = 1,6$ (quatro alunos)	$x L \text{ pelo } 1,6 = C$ (dois alunos)
\cdot sempre a L por $1,6 = C$ (dois alunos)	\cdot sempre o $L = C$ Multiplica sempre largura por 1,6.

Percebemos que as ideias de abstração trazem um pouco mais de dificuldade para os alunos. Mas consideramos o resultado positivo. Afirmamos ainda que estas atividades foram aplicadas em apenas uma aula e mesmo assim, alguns alunos demonstraram evolução do pensamento algébrico. Quanto à linguagem algébrica, esta merece tratamento especial. E com relação às ideias básicas de Função, elas aparecem no momento da abstração das leis. Muitas pesquisas mostram que alunos do Ensino Médio demonstram deficiência na linguagem simbólica, o que nos faz reforçar a importância de atividades que favoreçam a construção do pensamento algébrico pelos alunos em séries iniciais.

A noção de variável, segundo Caraça (2010), um dos mais difíceis de serem compreendidos pelos estudantes, é dependente da noção simbólica. Esta noção não foi abordada em nosso estudo. Acreditamos que a partir de atividades com ideias básicas de Função, as quais contemplem regularidade, matematização e abstração são pertinentes na série em questão. E já podemos perceber que o tema Razão Áurea pode contribuir com o nosso objetivo. Vamos analisar agora as duas últimas questões.

A questão letra i buscou introduzir algumas ideias e o vocabulário do pensamento funcional na turma investigada. Os alunos compreenderam bem o que foi pedido. A professora frisou bem a expressão **em função de**. Também houve discussão sobre quais valores dependem de outros e o que acontece se mudarmos, ou variarmos, estes valores. Os alunos ficaram à vontade e não demonstraram resistência. A última questão era um direcionamento da questão

anterior. A turma precisava aplicar as noções do pensamento funcional na lei de formação de retângulos áureos a partir da largura. Os alunos perceberam que os valores que variam são as medidas do Comprimento e da Largura, enquanto que o fator **1,6** não muda na lei apresentada. O nível de Formalização (TINOCO, 2009) não foi abordado, pois conforme a autora, é adequado ao Ensino Médio.

Conclusões

Essa investigação partiu de uma proposta inicial de trabalho com dois temas recorrentes na Matemática e que, via de regra, são estudados separadamente. Nosso objetivo foi verificar como Razão Áurea pode auxiliar o trabalho com ideias básicas de Função. Apresentamos aos alunos Razão Áurea como uma lei de formação cujo padrão se repete. Na construção de retângulos áureos a partir da medida da Largura a turma teve contato com ideias de regularidade, matematizaram suas noções intuitivas e generalizaram verbalmente a lei observada.

O desafio observado encontra-se no nível de comunicação simbólica, em termos matemáticos, o que coloca o pensamento algébrico em papel de destaque. Sabemos que a formalização do conceito de Função só acontece por meio de caráter simbólico. O que queremos dizer com isso é que julgamos pertinentes atividades que privilegiem a transição do pensamento qualitativo para o quantitativo, ou seja, atividades que valorizam simbolizar leis observadas.

Com relação à Razão Áurea, concluímos que é possível utilizar este tema de modo a auxiliar os alunos no desenvolvimento do pensamento funcional, uma vez que fica nítido, o padrão utilizado para se manter a proporção áurea. Precisamos esclarecer que, como nosso objetivo circunda as noções básicas de função e para isso, buscávamos uma lei, um padrão que se repetisse; definimos que essa lei seria obtida a partir da medida da Largura dos retângulos, o que fez com que os alunos chegassem à expressão: **$C=1,6.L$** . Mas isso não significa a impossibilidade de outras formas de se trabalhar o tema. Nossa intenção, como professora da turma, foi encontrar outra lei de formação de retângulos áureos, no caso, a partir da medida do Comprimento para se obter a medida da Largura. Uma outra situação que pode também ser explorada é a sequência de *Fibonacci*. Contudo, existem outros objetos também relacionados ao tema como, por exemplo, os triângulos áureos. Ou seja, os recursos não se esgotam.

Percebemos que os Obstáculos Epistemológicos descritos por Brousseau (2008) estiveram presentes no momento da escrita algébrica. Houve resistência da metade da turma ao reescrever o pensamento de maneira simbólica, o que revela um apego ao conhecimento

antigo, uma vez que, até agora, os alunos investigados apenas descreveram o raciocínio de maneira verbal. O que notamos, contudo, é que a outra metade da turma revelou pequena evolução. Dissemos “pequena”, pois conforme afirmamos, estas atividades foram aplicadas em apenas uma aula. A partir de agora se inicia um processo de construção do pensamento algébrico com a turma, e outras atividades, inclusive com a Razão Áurea poderão ser realizadas ou até mesmo refeitas.

Nossa sugestão para outros trabalhos diz respeito às turmas que já iniciaram seu contato com a linguagem algébrica. Sugerimos estas mesmas atividades aqui utilizadas a serem aplicadas inclusive aos alunos do Ensino Médio. Assim, concluímos que o estudo da Razão Áurea, que pode ser apresentada a estes alunos como proporção, permitiria a construção do conceito de Função gradativamente até aos seus aspectos mais formais, adequando a evolução cognitiva de cada fase da escolarização.

Referências

- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. São Paulo: Autêntica, 2006.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2010.
- DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2007.
- FONSECA, S. **Metodologia de ensino: Matemática**. Belo Horizonte: Editora Lê. Fundação Helena Antipoff, 1997.
- LIVIO, M. **Razão áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Tradução: Marco Shinobu Matsumura. Rio de Janeiro: Record, 2007.
- TINOCO, L. A. A. (Coord.). **Construindo o Conceito de Função**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática - UFRJ, 2009.
- VIGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. (Paulo Bezerra, Trad.). São Paulo: Martins Fontes, 2000.