

MINICURSO

Uso da Calculadora Científica – Casio *Fx*

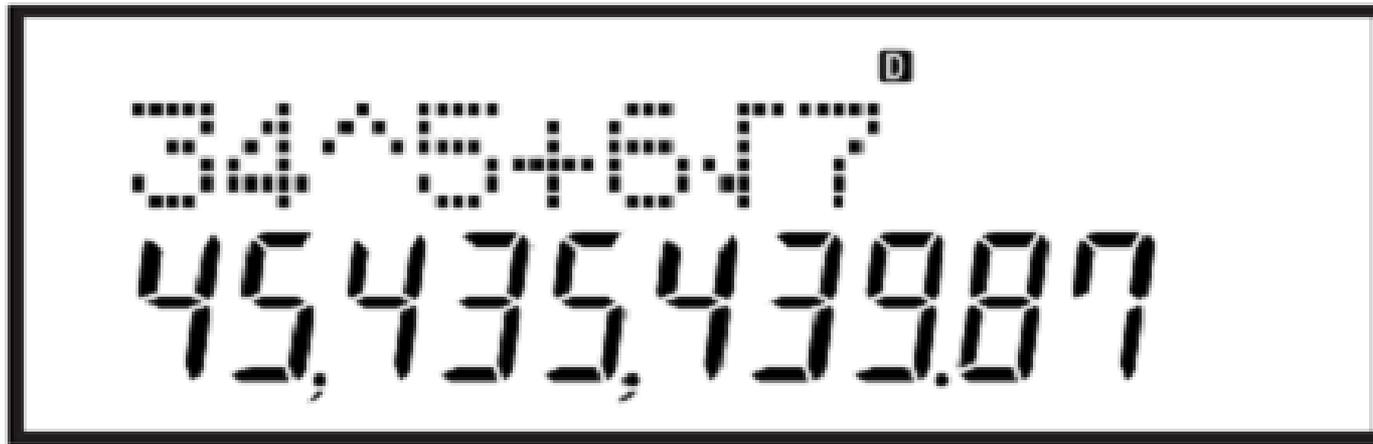
Prof. Ms. Renato Francisco Merli

Sumário

- Antes de Começar – Algumas Configurações
- Cálculos Básicos
- Cálculos com Memória
- Cálculos com Funções
- Cálculos Estatísticos
- Cálculos de Regressões
- Informações técnicas

Antes de Começar

Mostrador em Duas Linhas



- **Linha Superior:** Fórmula do Cálculo
- **Linha Inferior:** Mostra o Resultado

Antes de Começar

Modos da Calculadora

Para executar este tipo de cálculo:	Realize esta operação de teclas:	Para selecionar este modo:
Cálculos aritméticos básicos	MODE 1	COMP
Desvio padrão	MODE 2	SD
Cálculos de regressão	MODE 3	REG

Antes de Começar

Voltando ao Modo Padrão

Para retornar o modo de cálculo e configuração às predefinições iniciais mostradas abaixo, pressione **SHIFT** **CLR** **2** (Mode) **=**.

Modo de cálculo:	COMP
Unidade angular:	Deg
Formato de exibição exponencial:	Norm 1
Formato de exibição fracionária:	a ^b /c
Caractere da vírgula decimal:	Dot (ponto)

Antes de Começar

Capacidade de Passos:

- A área da memória usada para a introdução de um cálculo pode reter 79 “passos”. Um passo é executado cada vez que você pressiona uma tecla numérica ou tecla de um operador aritmético (, , , ) .
- Uma operação de tecla  ou  não executa um passo e, portanto, introduzir  , por exemplo, executa um único passo.

Antes de Começar

- Você pode introduzir até 79 passos para um único cálculo. Toda vez que introduzir o 73º passo de qualquer cálculo, o cursor muda de “_” para “■” para informá-lo que a memória está quase no fim. Se você precisar introduzir mais do que 79 passos, você deve dividir o seu cálculo em duas ou mais partes.
- **Pergunta:** Se eu for digitando $1+1+1+1+\dots$, qual será a resposta a esse cálculo considerando o limite de 79 passos?
- Pressionar a tecla **Ans** chama o último resultado obtido, que você pode usar num cálculo subsequente.

Antes de Começar

Correções durante introdução de Dados

- Utilize  e  para mover o cursor para a posição desejada.
- Pressione  para apagar o número ou função na posição atual do cursor.
- Pressione   para mudar para um cursor de inserção . Introduzir algo enquanto o cursor de inserção está no mostrador insere os dados na posição do cursor de inserção.
- Pressionar  , ou  restaura o cursor normal desde o cursor de inserção.

Antes de Começar

Função de Releitura

- Cada vez que você realiza um cálculo, a função de releitura armazena a fórmula do cálculo e o seu resultado na memória de releitura. Pressionar a tecla  exibe a fórmula e o resultado do cálculo executado por último. Pressionar  de novo retrocede em seqüência (recente para antigo) através dos cálculos passados.
- Pressionar a tecla  ou  enquanto um cálculo da memória de releitura está no mostrador muda para a tela de edição.
- Pressionar a tecla  ou  logo depois de terminar um cálculo exibe a tela de edição para tal cálculo.
- Pressionar  não apaga a memória de releitura e, portanto, você pode chamar o último cálculo mesmo depois de pressionar .

Antes de Começar

Função de Releitura

- A capacidade da memória de releitura é de 128 bytes para o armazenamento das expressões e resultados.
- A memória de releitura é apagada por qualquer uma das seguintes ações.

Antes de Começar

■ Declarações múltiplas

Uma declaração múltipla é uma expressão composta por duas ou mais expressões pequenas, que são unidas com dois pontos (:).

Exemplo: Para somar $2 + 3$ e multiplicar o resultado por 4

2 **+** 3 **ALPHA** **:** **Ans** **×** 4 **=**

2+3
5.Disp

=

Ans×4
20.

Declarações Múltiplas

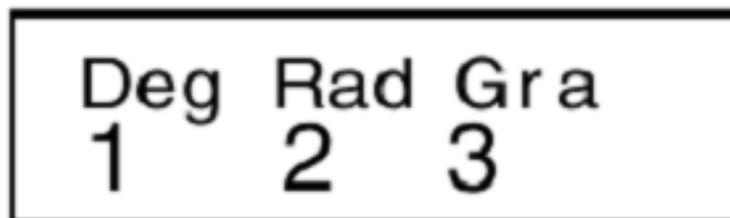
- Realize as seguintes operações com uma única declaração múltipla:
 - Some 4 com 5
 - O resultado multiplique por 10
 - O resultado divida por 5
 - O resultado extrai a raiz cúbica
 - O resultado subtraia de 10
 - O resultado some com 20
- Qual é o resultado final?

12,62074139

Antes de Começar

Configurando a Unidade Angular (medida dos Ângulos)

- Para mudar a unidade angular predefinida (graus, radianos, grados), pressione a tecla  duas vezes até exibir a tela de configuração da unidade angular mostrada abaixo:



Pressione a tecla numérica (1, 2 ou 3) que corresponde à unidade angular que deseja utilizar.

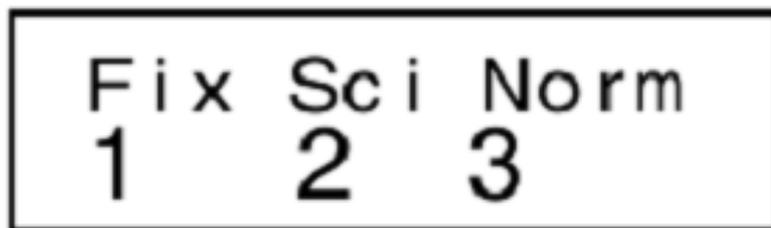
($180^\circ = \pi$ radianos = 200 grados)

OBS: O termo "grado" tem origem no francês, *grade*, e foi proposto junto com o sistema métrico, embora não faça parte do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Antes de Começar

Configurando a exibição dos resultados

- A calculadora pode exibir até 10 dígitos. Valores maiores são automaticamente exibidos usando uma notação exponencial. No caso de valores decimais, você pode escolher entre dois formatos que determinam em que ponto a notação exponencial será usada.
- Para mudar o formato de exibição exponencial, pressione a tecla  um certo número de vezes até exibir a tela de configuração do formato exponencial mostrada abaixo:



Antes de Começar

- **FIX:** O valor especificado (de 0 a 9) controla o número de casas decimais dos resultados dos cálculos exibidos. Os resultados são arredondados para o dígito especificado antes de serem exibidos.
- **Exemplo:** Exemplo: $100 \div 7 = 14,286$ (**Fix 3**)
- **SCI:** O valor especificado (de 0 a 10) controla o número de dígitos significativos dos resultados dos cálculos exibidos. Os resultados são arredondados para o dígito especificado antes de serem exibidos.
- **Exemplo:** $1 \div 7 = 1,4286 \times 10^{-1}$ (**Sci 5**)

Algarismos Significativos

- O número de algarismos significativos resulta da escala do aparelho com que se está a obter a medida.
- **Exemplo:** Estamos a medir uma massa numa balança que tem a indicação de sensibilidade $d = \pm 0,001\text{g}$.

- Obtemos uma massa de 7,978g na nossa pesagem.
Então

7,97	→	algarismos exatos
8	→	algarismo incerto

7,978g → 4 algarismos significativos

Regras de Contagem do Número de Algarismos Significativos

- **A contagem dos algarismos significativos faz-se da esquerda para a direita, começando pelo primeiro algarismo diferente de zero.**
 1. Qualquer algarismo diferente de zero é significativo. **Ex: 134g → 3 a.s.**
 2. Zeros entre algarismos diferentes de zero são significativos. **Ex: 3005m → 4 a.s.**
 3. Zeros à esquerda do primeiro a.s. diferente de zero não são significativos. **Ex: 0,000456g → 3 a.s.**
 4. Para números superiores a 1, os zeros à direita da vírgula contam como a.s. **Ex: 34,000g → 5 a.s**
 5. Para números sem casas decimais, os zeros podem ou não ser significativos.

- O número 500 pode ter 1, 2 ou 3 a.s. Deve usar-se a notação científica para eliminar esta ambiguidade.

5×10^2	→	1 a.s.
$5,0 \times 10^2$	→	2 a.s.
$5,00 \times 10^2$	→	3 a.s.

Como usar a opção Sci nesse caso?

Operações com Algarismos Significativos

Quando se efetuam cálculos o resultado deve respeitar o número de algarismos significativos dos dados segundo as seguintes regras para as operações.

- **Adição e Subtração**

O número de casas decimais da soma ou da diferença é o mesmo do dado que tiver o menor número de casas decimais.

- $34,567\text{g} + 2,34\text{g} = 36,907 \rightarrow 36,91\text{ g}$

- **Como usar opção Fix nesse caso?**

Multiplicação e Divisão

No produto final ou no quociente, o número de a.s. é determinado **pelo fator que tenha menor número de algarismos significativos.**

- $3,456 \text{ m} \times 34,5234 \text{ m} = 119,311488$



$119,3 \text{ m}^2.$

Operações em Cadeia

$A \times B = C$	$A = 2,34$
$C \times D = E$	$B = 5,58$
	$D = 3,02$

- Usa-se um algarismo significativo a mais nos cálculos intermediários e arredonda-se o resultado final para o número correto de algarismos significativos.

$$\mathbf{A \times B = C}$$

2,34 x 5,58 = 13,06 (arredondar com no mínimo um algarismo significativo a mais)

$$\mathbf{C \times D = E}$$

13,06 x 3,02 = 39,4412 → 39,4

Outros Exemplos

A média de 12,31g e 12,44g é:

$$(12,31\text{g} + 12,44\text{g}) : \mathbf{2} = 12,38\text{g}$$

A massa de 3 objetos iguais é

$$\mathbf{3} \times 3,45\text{g} = 10,4\text{g}$$

Os números **2** e **3** são designados números puros, não afetando o número de algarismos significativos nas regras de cálculo.

Regras de Arredondamento

- Escolhida a casa decimal até onde se quer fazer a aproximação:

1. Despreze o algarismo seguinte se for inferior a 5.

$$\mathbf{1,56849 = 1,568}$$

2. Acrescente uma unidade à casa decimal, se o algarismo for superior a 5.

$$\mathbf{2,5698 = 2,57}$$

3. Se o algarismo seguinte à casa escolhida for igual a 5, tem duas situações:

- a) O nº da casa decimal que pretende arredondar é par: fica como está.

$$\mathbf{1,85 = 1,8}$$

- b) O nº da casa decimal que pretende arredondar é ímpar: acrescenta-lhe uma unidade.

$$\mathbf{2,735 = 2,74}$$

Notação Científica

- A fórmula geral de um número em notação científica é

$$A \times 10^n$$

em que

- $1 \leq A < 10$

Com n sendo um número inteiro.

- **Exemplos:**

$$3456,45 = 3,45645 \times 10^3$$

$$0,0024738 = 2,4738 \times 10^{-3}$$

Exemplos para Fix

Exemplo 1: $200 \div 7 \times 14 =$

200 \div 7 \times 14 $=$ 400.

(Especifica três casas decimais.)

MODE 1 (Fix) 3

FIX
400.000

(O cálculo interno continua usando 12 dígitos.)

200 \div 7 $=$ 28.571

\times 14 $=$ 400.000

Exemplos

A seguinte operação realiza o mesmo cálculo usando o número especificado de casas decimais.

200 \div 7 = 28.571

(Arredondamento interno)

SHIFT Rnd 28.571

\times 14 = 399.994

Exemplo 2: $1 \div 3$, exibindo o resultado com dois dígitos significativos (Sci 2)

MODE 2 (Sci) 2 1 \div 3 =

SCI
3.3⁻⁰¹

Antes de Começar

- **NORM:** Selecionar uma das duas configurações disponíveis (**Norm 1** , **Norm 2**) determina o intervalo no qual os resultados serão exibidos no formato não exponencial. Fora do intervalo especificado, os resultados são exibidos usando o formato exponencial.
 - Com Norm 1, a notação exponencial é automaticamente usada para valores de números inteiros com mais de 10 dígitos e valores de números decimais com mais de duas casas decimais.
 - Com Norm 2, a notação exponencial é automaticamente usada para valores de números inteiros com mais de 10 dígitos e valores de números decimais com mais de nove casas decimais.
- A Calculadora mostra, como padrão, os resultados de cálculos usando o formato **Norm 1**.
- **Norm 1:** $10^{-2} > |x|, |x| > 10^{10}$, **Norm 2:** $10^{-9} > |x|, |x| > 10^{10}$
- Exemplo: $1 \div 200 = 5 \times 10^{-3}$ (**Norm 1**); 0,005 (**Norm 2**)

Antes de Começar

Configurando os Símbolos da Vírgula Decimal e do Separador

- Você pode utilizar a tela de configuração do mostrador (**Disp**) para especificar os símbolos que deseja para a vírgula decimal e separador de 3 dígitos.
- Para mudar a definição do símbolo da vírgula decimal e do separador, pressione a tecla  um certo número de vezes até exibir a tela de configuração mostrada abaixo.



Antes de Começar

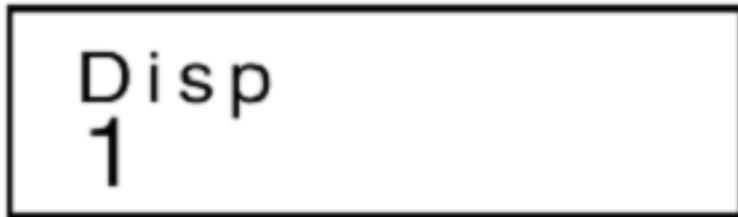


- Exiba a tela de seleção.  
 - Pressione a tecla numérica (1 ou 2) que corresponde à definição que deseja utilizar.
- **1(Dot) (Ponto):** Vírgula decimal é um ponto, separador é uma vírgula.
- **2(Comma) (Vírgula):** Vírgula decimal é uma vírgula, separador é um ponto.

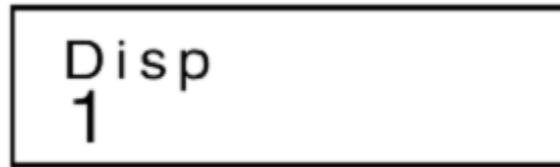
Antes de Começar

Configurando exibição de Fração: Mista ou Imprópria

- Você pode utilizar a tela de configuração do mostrador (Disp) para especificar os símbolos que deseja para a vírgula decimal e separador de 3 dígitos.
- Para mudar a definição do símbolo da vírgula decimal e do separador, pressione a tecla  um certo número de vezes até exibir a tela de configuração mostrada abaixo.



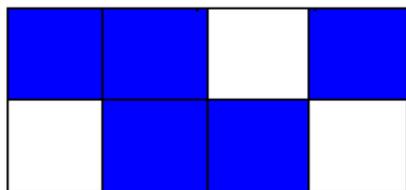
Antes de Começar



- Exiba a tela de seleção.
- Pressione a tecla numérica (1 ou 2) que corresponde à definição que deseja utilizar.

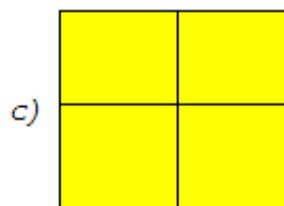
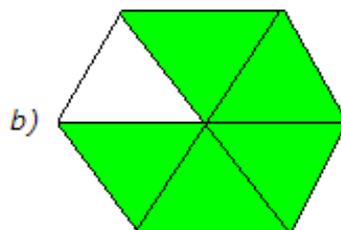
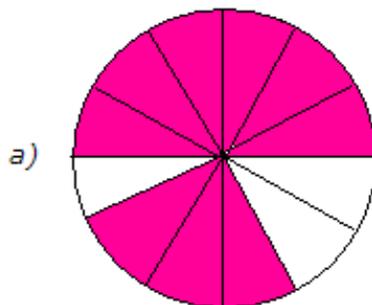
Exercícios de Frações

1) Observe a figura:



- Em quantas partes iguais o retângulo foi dividido?
- Cada uma dessas partes representa que fração do retângulo?
- A parte pintada representa que fração do retângulo?

2) Observe as figuras e diga quanto representa cada parte da figura e a parte pintada:



3) Um sexto de uma pizza custa 3 reais, quanto custa:

- $\frac{3}{6}$ da pizza
- $\frac{5}{6}$ da pizza
- a pizza toda

4) Se $\frac{3}{7}$ do que eu tenho são 195 reais, a quanto corresponde $\frac{4}{5}$ do que eu tenho?

5) Encontre o resultado dos cálculos abaixo:

a) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} =$

b) $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} =$

c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{12} =$

Antes de Começar

Inicializando a Calculadora

- Realize a seguinte operação de teclas quando quiser inicializar o modo e configuração da calculadora, e apagar a memória de releitura e variáveis.

SHIFT **CLR** **3** (All) **=**

Cálculos Básicos

Ordem das Operações

- Os cálculos são executados na seguinte ordem de precedência.
 1. Transformação de coordenadas: Pol (x, y), Rec (r, θ)
 2. Funções do tipo A:
- Com estas funções, o valor é introduzido e em seguida a tecla de função é pressionada.

$$x^3, x^2, x^{-1}, x!, \text{ " } \circ \text{ " }$$
$$\hat{x}, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{y}$$

- Conversões de unidades angulares (DRG▶)
- 3. Potências e raízes: x^y , $\sqrt[x]{\quad}$
- 4. a^b/c
- 5. Formato de multiplicação abreviada na frente de π , e (base de logaritmo natural), nome da memória, ou nome da variável: 2π , $3e$, $5A$, πA , etc.

Cálculos Básicos

6. Funções do tipo B:

Com estas funções, a tecla de função é pressionada e em seguida o valor é introduzido.

$\sqrt{\quad}$, $\sqrt[3]{\quad}$, \log , \ln , e^x , 10^x , \sin , \cos , \tan , \sin^{-1} , \cos^{-1} ,
 \tan^{-1} , \sinh , \cosh , \tanh , \sinh^{-1} , \cosh^{-1} , \tanh^{-1} , $(-)$

Cálculos Básicos

- As operações com a mesma precedência são realizadas da direita para a esquerda. $e^x \ln \sqrt{\quad} 120 \rightarrow e^x \{ \ln(\sqrt{\quad} 120) \}$
- Outras operações são realizadas da esquerda para a direita.
- As operações entre parênteses são realizadas primeiro.
- Quando um cálculo contém um argumento que é um número negativo, o número negativo deve ser encerrado entre parênteses. O sinal de negativo ($-$) é tratado como uma função de tipo B e, portanto, deve-se tomar cuidado quando o cálculo inclui uma função do tipo A de alta prioridade, ou operações com potência ou raiz.

Exemplos

Funções do tipo A:

Com estas funções, o valor é introduzido e em seguida a tecla de função é pressionada.

$$x^3, x^2, x^{-1}, x!, \circ, ', ''$$

$$\hat{x}, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{y}$$

Funções do tipo B:

Com estas funções, a tecla de função é pressionada e em seguida o valor é introduzido.

$$\sqrt{\quad}, \sqrt[3]{\quad}, \log, \ln, e^x, 10^x, \sin, \cos, \tan, \sin^{-1}, \cos^{-1}, \tan^{-1}, \sinh, \cosh, \tanh, \sinh^{-1}, \cosh^{-1}, \tanh^{-1}, (-)$$

Cálculos Básicos

Cálculos Aritméticos

Utilize a tecla  para selecionar o modo COMP quando quiser executar cálculos básicos.

COMP  

Cálculos Básicos

Operações com Frações

- Os valores são exibidos no formato decimal automaticamente toda vez que o número total de dígitos de um valor fracionário (número inteiro + numerador + denominador + separadores) excede de 10.

Exemplo 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

2 $\frac{\square}{\square}$ 3 $+$ 1 $\frac{\square}{\square}$ 5 $=$

13_15.

Cálculos Básicos

Exemplo 2: $3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{11}{12}$

3 $\frac{a}{b}$ 1 $\frac{a}{b}$ 4 $+$

1 $\frac{a}{b}$ 2 $\frac{a}{b}$ 3 $=$

4 11 12.

Exemplo 3: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2 $\frac{a}{b}$ 4 $=$

Exemplo 4: $\frac{1}{2} + 1,6 = 2,1$

1 $\frac{a}{b}$ 2 $+$ 1.6 $=$

- Os resultados de cálculos que misturam valores fracionários e decimais são sempre decimais.

Cálculos Básicos

Conversão de Decimal ↔ Fração

- Use a operação descrita abaixo para converter os resultados dos cálculos entre valores decimais e valores fracionários. Repare que a conversão pode levar até dois segundos para ser realizada.

Exemplo 1: $2,75 = 2 \frac{3}{4}$ (Decimal → Fração)

2.75 =

$$= \frac{11}{4}$$

$\alpha\%$
 SHIFT d/c

Cálculos Básicos

Exemplo 2: $\frac{1}{2} \leftrightarrow 0,5$ (Fração \leftrightarrow Decimal)

1 $\frac{a}{b}\%$ 2 **=**

$\frac{a}{b}\%$

$\frac{a}{b}\%$

Cálculos Básicos

Conversão de Fração Mista \leftrightarrow Fração Imprópria

Exemplo: $1 \frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{5}{3}$

1 $\boxed{a\frac{b}{c}}$ 2 $\boxed{a\frac{b}{c}}$ 3 $\boxed{=}$

1┘2┘3.

$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{d/c}}$

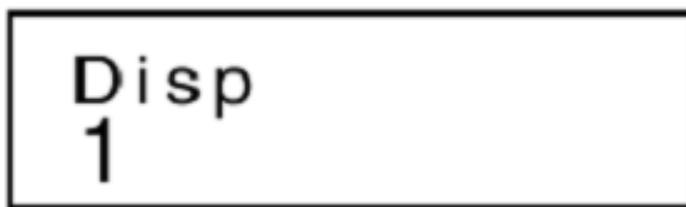
5┘3.

$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{d/c}}$

1┘2┘3.

Cálculos Básicos

- Você pode utilizar a tela de configuração do mostrador (Disp) para especificar o formato de exibição quando o resultado de um cálculo fracionário é maior do que um.
- Para mudar o formato da exibição fracionária, pressione a tecla **MODE** um certo número de vezes até exibir a tela de configuração mostrada abaixo.



- Exiba a tela de seleção. **1**
- Pressione a tecla numérica (**1** ou **2**) que corresponde à definição que deseja utilizar.

1 (a^b/c): Fração mista

2 (d/c): Fração imprópria

- Ocorre um erro se você tentar introduzir uma fração mista enquanto o formato de exibição d/c estiver selecionado.

Exemplos

Exemplo 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Exemplo 2: $3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{11}{12}$

Exemplo 3: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Exemplo 4: $\frac{1}{2} + 1,6 = 2,1$

Cálculos Básicos

Cálculo de Porcentagem

Exemplo 1: Para calcular 12% de 1500

1500 **×** 12 **SHIFT** **%**

Exemplo 2: Para calcular a porcentagem de 660 contra 880
(75%)

660 **÷** 880 **SHIFT** **%**

Exemplo 3: Para adicionar 15% a 2500 **(2875)**

2500 **×** 15 **SHIFT** **%** **+**

Cálculos Básicos

Exemplo 4: Para descontar 25% de 3500 **(2625)**

3500 **×** 25 **SHIFT** **%** **-**

Exemplo 5: Para descontar a soma de 168, 98 e 734 em 20% **(800)**

168 **+** 98 **+** 734 **=** **Ans** **SHIFT** **STO** **A**

ALPHA **A** **×** 20 **SHIFT** **%** **-**

*

- Como mostrado aqui, se você quiser usar o valor atual da memória de resposta em um cálculo de remarcação para cima ou desconto, você precisa designar o valor da memória de resposta para uma variável e usar a variável no cálculo de remarcação para cima/desconto.
- A razão para isso é que o cálculo realizado com a pressão de **%** armazena um resultado na memória de resposta antes que a tecla **-** seja pressionada.

Cálculos Básicos

Exemplo 6: Se 300 gramas são adicionadas a uma amostra de teste que pesa originalmente 500 gramas, qual é a porcentagem de aumento do peso?

300 **+** 500 **SHIFT** **%**

Exemplo 7: Qual é a mudança de porcentagem quando um valor é aumentado de 40 para 46? E no caso de 48?

(15%, 20%)

46 **-** 40 **SHIFT** **%**

← **←** **←** **←** **←** **←** 8 **=**

Cálculos Básicos

Cálculos com graus, minutos e segundos

- Você pode executar cálculos sexagesimais usando graus (horas), minutos e segundos, e converter entre valores sexagesimais e decimais.

Exemplo 1: Para converter o valor decimal 2,258 para um valor sexagesimal, e em seguida convertê-lo de volta para um valor decimal

2.258	=	2.258
SHIFT	←	2°15'28.8
	→	2.258

Importância

- A posição de um ponto na superfície terrestre pode ser expressa pelas **coordenadas geográficas**. **A latitude**, que vai de **zero à 90 graus**, e a **longitude**, que vai de **zero à 180 graus**, possui basicamente duas notações, o grau em notação decimal ou o grau em notação sexagesimal.
- A notação decimal é a forma numérica na qual estamos mais acostumados, o grau pode ser expresso por um número não inteiro. Um exemplo, no caso uma latitude, é -23,62463499 graus, um simples número decimal. O sinal negativo indica a latitude Sul, se fosse longitude indicaria o Oeste.

Importância

- A notação sexagesimal é dada, em uma forma bem precisa, em grau, minuto e segundo. Com **os minutos e segundos indo de zero à 60.**
- Esta última unidade de medida, em segundo, pode receber um número não inteiro, e da mesma forma o minuto, caso se omita a unidade de segundo.
- A latitude e longitude para a notação sexagesimal é comumente indicada pelas letras de Norte-Sul-Leste-Oeste, ao invés do sinal negativo ou positivo. Um exemplo de latitude é **23° 37' 28,686" S.**

Exemplo

É possível converter os números dentre as notações de grau decimal e sexagesimal. A notação decimal é facilmente obtida a partir da notação sexagesimal com o uso da seguinte fórmula:

$$\text{grau} + \text{minuto}/60 + \text{segundo}/3600$$

Exemplo: Notação sexagesimal dada: 23° 37' 28,686" S

$$23 + 37/60 + 28,686/3600 = -23,624635^\circ$$

(Para a latitude Sul e a longitude Oeste o resultado deve receber o sinal negativo.)

Exemplo

Inversamente, o grau em notação sexagesimal é obtido a partir da notação decimal com os seguintes cálculos:

- 1) O grau é obtido com o valor absoluto da notação decimal, somente a parte inteira.
- 2) O minuto é obtido com o valor absoluto da parte fracionária da notação decimal multiplicado por 60, pegando somente a parte inteira deste resultado.
- 3) O segundo é obtido com o valor absoluto da parte fracionária da notação decimal multiplicado por 60, e multiplicando a parte fracionária deste resultado por 60.

Exemplo: Notação decimal dada: $-23,62463499^\circ$

- 1) 23°
- 2) $0,62463499 \times 60 = 37,4780994$ portanto $37'$
- 3) a) $0,62463499 \times 60 = 37,4780994$
b) $0,4780994 \times 60 = 28,685964''$

Portanto $23^\circ 37' 28,686''$ S (Se o valor da notação decimal é negativo então a latitude será Sul ou a longitude será Oeste.)

Cálculos Básicos

Exemplo 2: Para executar o seguinte cálculo:

$$12^{\circ}34'56'' \times 3,45$$

12  34  56   3.45  43°24'31.2

Exercícios

1) Converter os ângulos do sistema sexagesimal para o sistema centesimal:

- a) $45^{\circ}22'12'' =$
- b) $51^{\circ}04'59'' =$
- c) $98^{\circ}56'58'' =$
- d) $77^{\circ}44'32'' =$
- e) $8^{\circ}59'59'' =$

2) Converter os ângulos abaixo do sistema centesimal para o sistema sexagesimal:

- a) $46,994155^{\circ}$
- b) $36,599277^{\circ}$
- c) $58,020222^{\circ}$
- d) $91,121224^{\circ}$
- e) $21,124433^{\circ}$

Exercícios

3) Dados os ângulos a seguir, calcular o resultado das operações (os resultados deverão estar no sistema sexagesimal):

a) $45^{\circ}22'12'' + 98^{\circ}56'58'' =$

b) $77^{\circ}44'32'' + 31^{\circ}04'59'' =$

c) $8^{\circ}59'59'' + 36,599277^{\circ} =$

d) $46,994195^{\circ} + 36,58769^{\circ} =$

e) $95^{\circ}12'12'' - 91^{\circ}56'51'' =$

Cálculos com Memória

Utilize a tecla  para selecionar o modo COMP quando quiser executar um cálculo usando a memória.

COMP  

Cálculos com Memória

Memória de Resposta

- Toda vez que você pressiona **=** depois de introduzir valores ou uma expressão, o conteúdo da memória é atualizado automaticamente com o armazenamento do resultado calculado.
- Além de **=**, o conteúdo da memória de resposta também é atualizado com um resultado toda vez que você pressiona **SHIFT** **%**, **M+**, **SHIFT** **M-**, ou **SHIFT** **STO** seguido por uma letra (A a F, ou M, X ou Y).
- Você pode chamar o conteúdo da memória de resposta pressionando **Ans**.
- A memória de resposta pode armazenar até 12 dígitos para a mantissa e dois dígitos para o expoente.
- O conteúdo da memória de resposta não é atualizado se a operação realizada por uma das operações de teclas acima produz um erro.

Cálculos com Memória

Cálculos Consecutivos

- Você pode usar o resultado do cálculo que está atualmente no mostrador (e também armazenado na memória de resposta) como o primeiro valor do seu próximo cálculo. Repare que pressionar uma tecla de operador enquanto um resultado está exibido faz que o valor exibido mude para **Ans**, indicando que esse é valor que está armazenado atualmente na memória de resposta.
- O resultado de um cálculo também pode ser usado com uma função do tipo $\overset{A}{\text{subseqüente}}$ ($x^2, x^3, x^{-1}, x!, \text{DRG} \blacktriangleright$), $+, -, \wedge(x^y), \sqrt[x]{\quad}, \times, \div, nPr$ e nCr .

Cálculos com Memória

Memória Independente

- Os valores podem ser introduzidos diretamente na memória, adicionados à memória, ou subtraídos da memória. A memória independente é conveniente para calcular totais cumulativos.
- A memória independente emprega a mesma área da memória da variável M.
- Para apagar a memória independente (M), introduza $\boxed{0}$, $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{M}}$ (M+).

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 23 + 9 = 32 \\ 53 - 6 = 47 \\ -) 45 \times 2 = 90 \\ \hline \text{(Total)} \quad -11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 23 \boxed{+} 9 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{STO}} \boxed{\text{M}} \text{(M+)} \\ 53 \boxed{-} 6 \boxed{\text{M+}} \\ 45 \boxed{\times} 2 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{M-}} \\ \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{M}} \text{(M+)} \end{array}$$

Cálculos com Variáveis

Variáveis

- Há nove variáveis (A a F, M, X e Y), que podem ser usadas para armazenar dados, constantes, resultados e outros valores.
- Utilize a seguinte operação para apagar os dados designados para uma variável particular: **0** **SHIFT** **STO** **A**. Esta operação apaga os dados designados para a variável A.
- Realize a seguinte operação de teclas quando quiser apagar os valores designados para todas as variáveis.

SHIFT **CLR** **1** (MCl) **=**

Cálculos com Memória e Variáveis

Exemplo: 193,2 ÷ 23 = **8,4**

193,2 ÷ 28 = **6,9**

193.2     23 

   28 

Exemplos

Calcule:

- $22,1+50,4=A$
- $A*2,45-10=B$
- $(A+B)/5=C$
- $5*C+40=D$
- $E=\log D+C$
- Qual o valor de F, se $F=A+B+C+D+E$?

$$**F=618,74735**$$

- E qual o valor de G, se

$$G = \ln(A) + \text{raiz}(B) + (C) - D + \text{sen}(E)?$$

$$**G=-214,0980885**$$

Cálculos com Funções Científicas

Utilize a tecla  para selecionar o modo COMP quando quiser executar cálculos com funções científicas.

COMP  

Cálculos com Funções Científicas

- Certos tipos de cálculos podem levar um longo tempo para serem completados.
- Espere que o resultado apareça no mostrador antes de iniciar o próximo cálculo.

OBS: $\pi = 3,14159265359$

Cálculos com Funções Científicas

Funções Trigonométricas / Trigonométricas Inversas

- Para mudar a unidade angular predefinida (graus, radianos, grados), pressione a tecla **MODE** um certo número de vezes até exibir a tela de configuração da unidade angular mostrada abaixo.

Deg	Rad	Gra
1	2	3

- Pressione a tecla numérica (**1**, **2** ou **3**) que corresponde à unidade angular que deseja utilizar. ($90^\circ = \frac{\pi}{2}$ radianos = 100 grados)

Cálculos com Funções Científicas

Exemplo 1: $\sin 63^\circ 52' 41'' = 0,897859012$

MODE **1** (Deg)
sin **63** **°** **52** **'** **41** **"** **=**

Exemplo 2: $\cos \left(\frac{\pi}{3} \text{ rad} \right) = 0,5$

MODE **2** (Rad)
cos **(** **SHIFT** **π** **÷** **3** **)** **=**

Cálculos com Funções Científicas

Exemplo 3: $\cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,25 \pi \text{ (rad)} \left(= \frac{\pi}{4} \text{ (rad)} \right)$

MODE **2** (Rad)

SHIFT **cos⁻¹** **(** **√** **2** **÷** **2** **)** **=** **Ans** **÷** **SHIFT** **π** **=**

Exemplo 4: $\tan^{-1} 0,741 = 36,53844577^\circ$

MODE **1** (Deg)

SHIFT **tan⁻¹** **0.741** **=**

Cálculos com Funções Científicas

Funções hiberbólicas/hiberbólicas inversas

$$\begin{aligned}\cosh(x) &= \frac{e^x + e^{-x}}{2}, & \sinh(x) &= \frac{e^x - e^{-x}}{2}, & \tanh(x) &= \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} \\ \coth(x) &= \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}, & \operatorname{sech}(x) &= \frac{1}{\cosh(x)}, & \operatorname{csch}(x) &= \frac{1}{\sinh(x)}\end{aligned}$$

Exemplo 1: $\sinh 3,6 = 18,28545536$

hyp **sin** 3.6 **=**

Exemplo 2: $\sinh^{-1} 30 = 4,094622224$

hyp **SHIFT** **sin⁻¹** 30 **=**

Cálculos com Funções Científicas

Logaritmos decimais e naturais/Antilogaritmos

Exemplo 1: $\log 1,23 = 0,089905111$ $\boxed{\log} \ 1.23 \ =$

Exemplo 2: $\ln 90 (= \log_e 90) = 4,49980967$

$\boxed{\ln} \ 90 \ =$

$\ln e = 1$

$\boxed{\ln} \ \boxed{\text{ALPHA}} \ \boxed{e} \ =$

Exemplo 3: $e^{10} = 22026,46579$

$\boxed{\text{SHIFT}} \ \boxed{e^x} \ 10 \ =$

Exemplo 4: $10^{1,5} = 31,6227766$

$\boxed{\text{SHIFT}} \ \boxed{10^x} \ 1.5 \ =$

Exemplo 5: $2^{-3} = 0,125$

$2 \ \boxed{\wedge} \ \boxed{(-)} \ 3 \ =$

Exemplo 6: $(-2)^4 = 16$

$\boxed{(} \ \boxed{(-)} \ 2 \ \boxed{)} \ \boxed{\wedge} \ 4 \ =$

- Os valores negativos dentro dos cálculos devem ser encerrados dentro de parênteses.

Cálculos com Funções Científicas

Raízes quadradas, raízes cúbicas, raízes, quadrados, cubos, recíprocas, fatoriais, números aleatórios, π , e permutação/combinção

Exemplo 1: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 5,287196909$

$\sqrt{\square}$ 2 \square + $\sqrt{\square}$ 3 \square × $\sqrt{\square}$ 5 \square =

Exemplo 2: $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{-27} = -1,290024053$

\square SHIFT $\sqrt[3]{\square}$ 5 \square + \square SHIFT $\sqrt[3]{\square}$ (\square (-) 27 \square) \square =

Exemplo 3: $\sqrt[7]{123} (= 123^{\frac{1}{7}}) = 1,988647795$

7 \square SHIFT $\sqrt[3]{\square}$ 123 \square =

Exemplo 4: $123 + 30^2 = 1023$

123 \square + 30 \square x^2 \square =

Exemplo 5: $12^3 = 1728$

12 \square x^3 \square =

Cálculos com Funções Científicas

Exemplo 6: $\frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = 12$

(3 x^{-1} - 4 x^{-1}) x^{-1} =

Exemplo 7: $8! = 40320$

8 SHIFT $x!$ =

Exemplo 8: Para gerar um número aleatório entre 0,000 e 0,999

SHIFT $\text{Ran}\#$ = 0.664

(O valor acima é apenas uma amostra. Os resultados diferem cada vez.)

Cálculos com Funções Científicas

Exemplo 9: $3\pi = 9,424777961$

Exemplo 10: Para determinar quantos valores diferentes de 4 dígitos podem ser produzidos usando números de 1 a 7

- Os números não podem ser duplicados dentro do mesmo valor de 4 dígitos (1234 é permitido, mas 1123 não).

(840)

Arranjo

7   4 

Exemplo 11: Para determinar quantos grupos diferentes de 4 membros podem ser organizados num grupo de 10 indivíduos

(210)

Combinação

10  4 

Exercícios de Arranjos e Combinações

Uma prova consta de 15 questões, das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?

$$\binom{15}{10} = \frac{15!}{10! 5!} = 3\,003.$$

De quantas formas podemos escolher 4 cartas de um baralho de 52 cartas, sem levar em conta a ordem delas, de modo que em cada escolha haja pelo menos um rei?

$$\binom{52}{4} - \binom{48}{4} = 76145$$

Temos 10 homens e 10 mulheres. Quantas comissões de 5 pessoas podemos formar se em cada uma deve haver 3 homens e 2 mulheres?

$$\binom{10}{3} = 120 \quad * \quad \binom{10}{2} = 45 \quad = 5400$$

Exercícios de Arranjos e Combinações

Dispomos de 8 cores e queremos pintar uma bandeira de 5 listras, cada listra com uma cor. De quantas formas isto pode ser feito?

$$A_{8,5} = \underbrace{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}_{5 \text{ fatores}} = 6\,720.$$

Existem 10 cadeiras numeradas de 1 a 10. De quantas formas duas pessoas podem sentar-se, devendo haver ao menos uma cadeira entre elas.

$$A_{10,2} = 10 \cdot 9 = 90, \quad 9 + 9 = 18 \text{ pares}, \quad 90 - 18 = 72.$$

Quantos números pares de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 3, 6, 7, 8, 9?

$$2^* A_{5,2} = 20. \quad = 40$$

Exercícios de Permutações

Com relação a palavra TEORIA:

- a) Quantos anagramas existem?
- b) Quantos anagramas começam por T?
- c) Quantos anagramas começam por T e terminam com A?
- d) Quantos anagramas começam por vogal?
- e) Quantos anagramas tem as vogais juntas?

$$P_6 = 6! = 720.$$

$$P_5 = 5! = 120.$$

$$P_4 = 4! = 24.$$

$$P_3 = 3! = 6.$$

$$6 \cdot 24 = 144.$$

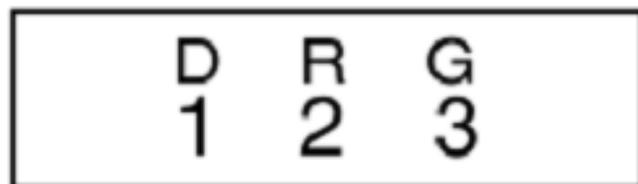
$$5! = 120 \text{ anagramas}$$

$$120 + 120 + 120 + 120 = 480 \text{ anagramas.}$$

Cálculos com Funções Científicas

Conversão da unidade angular

- Pressione $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{DRG}\blacktriangleright}$ para exibir o seguinte menu.



- Pressionar $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ ou $\boxed{3}$ converte o valor exibido para a unidade angular correspondente.

Exemplo: Para converter 4,25 radianos para graus

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ (Deg)

4.25 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{DRG}\blacktriangleright}$ $\boxed{2}$ (R) $\boxed{=}$

4.25 ^r 243.5070629

Cálculos com Funções Científicas

Conversão de coordenadas (Pol (x, y), Rec (r, θ))

- Os resultados dos cálculos são automaticamente designados para variáveis E e F.

Exemplo 1: Para converter as coordenadas polares ($r=2$, $\theta=60^\circ$) para coordenadas retangulares (x, y) (Deg)

$x = 1$   2  60  

$y = 1,732050808$  

- Pressione   para exibir o valor de x, ou   para exibir o valor de y.

Cálculos com Funções Científicas

Exemplo 2: Para converter coordenadas retangulares $(1, \sqrt{3})$ para coordenadas polares (r, θ) (Rad)

$$r = 2$$

Pol 1 **,** **√** 3 **)** **=**

$$\theta = 1,047197551$$

RCL **F**

- Pressione **RCL** **E** para exibir o valor de r , ou **RCL** **F** para exibir o valor de θ .

Exercícios

Nos exercícios 1 e 2, determine quais pares de coordenadas polares designam um mesmo ponto.

- | | | |
|--------------------------|--------------------|--------------------|
| 1. (a) $(3, 0)$ | (b) $(-3, 0)$ | (c) $(2, 2\pi/3)$ |
| (d) $(2, 7\pi/3)$ | (e) $(-3, \pi)$ | (f) $(2, \pi/3)$ |
| (g) $(-3, 2\pi)$ | (h) $(-2, -\pi/3)$ | |
| 2. (a) $(-2, \pi/3)$ | (b) $(2, -\pi/3)$ | (c) (r, θ) |
| (d) $(r, \theta + \pi)$ | (e) $(-r, \theta)$ | (f) $(2, -2\pi/3)$ |
| (g) $(-r, \theta + \pi)$ | (h) $(-2, 2\pi/3)$ | |

Exercícios

Nos exercícios 3 e 4, marque os pontos com as coordenadas polares dadas e encontre suas coordenadas cartesianas.

3. (a) $(\sqrt{2}, \pi/4)$

(b) $(1, 0)$

(c) $(0, \pi/2)$

(d) $(-\sqrt{2}, \pi/4)$

4. (a) $(-3, 5\pi/6)$

(b) $(5, \arctan(4/3))$

(c) $(-1, 7\pi)$

(d) $(2\sqrt{3}, 2\pi/3)$

Cálculos com Funções Científicas

Cálculos com notação de engenharia

Exemplo 1: Para converter 56.088 metros para quilômetros

$$\rightarrow 56,088 \times 10^3 \text{ (km)}$$

$$56088 \text{ = } \text{ENG}$$

Exemplo 2: Para converter 0,08125 gramas para miligramas

$$\rightarrow 81,25 \times 10^{-3} \text{ (mg)}$$

$$0.08125 \text{ = } \text{ENG}$$

Cálculos Estatísticos

Desvio padrão

- No modo SD e modo REG, a tecla $\boxed{M+}$ funciona como a tecla \boxed{DT} .
- Sempre inicie a introdução dos dados com \boxed{SHIFT} \boxed{CLR} $\boxed{1}$ (ScI) $\boxed{=}$ para apagar a memória de estatísticas.
- Introduza os dados usando a seqüência de teclas mostrada abaixo.
 $\langle \text{Dados-}x \rangle$ \boxed{DT}
- Os dados introduzidos são usados para calcular os valores para n , $\sum x$, $\sum x^2$, \bar{x} , σ_n e σ_{n-1} , que você pode chamar usando as operações de teclas indicadas abaixo.

Cálculos Estatísticos

Para chamar este tipo de valor:	Realize esta operação de teclas:
Σx^2	SHIFT S-SUM 1
Σx	SHIFT S-SUM 2
n	SHIFT S-SUM 3
\bar{x}	SHIFT S-VAR 1
σ_n	SHIFT S-VAR 2
σ_{n-1}	SHIFT S-VAR 3

Cálculos Estatísticos

Exemplo: Para calcular σ_{n-1} , σ_n , \bar{x} , n , Σx e Σx^2 para os seguintes dados: 55, 54, 51, 55, 53, 53, 54, 52

No modo SD:

SHIFT **CLR** **1** (Scl) **=** (Stat clear)

55 **DT** n = ^{SD} 1.

Cada vez que você pressiona **DT** para registrar uma introdução, o número de dados introduzidos até esse ponto é indicado no mostrador (valor n).

54 **DT** 51 **DT** 55 **DT**
53 **DT** **DT** 54 **DT** 52 **DT**

Cálculos Estatísticos

Desvio padrão de amostra (σ_{n-1}) = **1,407885953**

Desvio padrão populacional (σ_n) = **1,316956719**

Média aritmética (\bar{x}) = **53,375**

Número de dados (n) = **8**

Soma dos valores ($\sum x$) = **427**

Soma de quadrados dos valores ($\sum x^2$) = **22805**

SHIFT S-VAR 3 =

SHIFT S-VAR 2 =

SHIFT S-VAR 1 =

SHIFT S-SUM 3 =

SHIFT S-SUM 2 =

SHIFT S-SUM 1 =

Cálculos Estatísticos

1 As notas obtidas por 50 alunos de uma classe foram:

1	2	3	4	5	6	6	7	7	8
2	3	3	4	5	6	6	7	8	8
2	3	4	4	5	6	6	7	8	9
2	3	4	5	5	6	6	7	8	9
2	3	4	5	5	6	7	7	8	9

- Calcule:
 - A média
 - O desvio da amostra
 - O desvio da população

Cálculos Estatísticos

Precauções durante a introdução de dados

- **DT** **DT** introduz os mesmos dados duas vezes.
- Você também pode introduzir entradas múltiplas dos mesmos dados usando **SHIFT** **;**. Para introduzir os dados “110” dez vezes, por exemplo, pressione **110** **SHIFT** **;** **10** **DT**.
- Você pode realizar as operações de teclas acima em qualquer ordem, e não necessariamente na ordem feita acima.
Enquanto introduz dados e depois de introduzir dados, você pode utilizar as teclas **▲** e **▼** para rolar através dos dados introduzidos. Se você introduzir entradas múltiplas dos mesmos dados usando **SHIFT** **;** para especificar a frequência de dados (número de itens de dados) conforme descrito acima, rolar através dos dados mostra o item de dados e uma tela separada para a frequência dos dados (Freq).

Cálculos Estatísticos

- Logo, você pode editar os dados exibidos, se quiser. Introduza um novo valor e pressione a tecla **=** para substituir o valor antigo pelo valor novo. Isso também significa que se você quisesse realizar alguma outra operação (cálculo, chamada de resultados de cálculos estatísticos, etc.), você deveria sempre pressionar a tecla **AC** primeiro para sair da exibição de dados.
- Pressionar a tecla **DT** ao invés de **=** depois de mudar um valor no mostrador registra o valor introduzido como um item de dados novo, e deixa o valor antigo como está.
- Você pode apagar um valor de dados exibido usando **▲** e **▼**, e pressionando **SHIFT** **CL**. Apagar um valor de dados faz que todos os valores seguintes sejam deslocados para cima.

Cálculos Estatísticos

- Os valores dos dados registrados são normalmente armazenados na memória de cálculo. A mensagem “Data Full” (cheio de dados) aparece e você não poderá introduzir mais dados se não houver mais memória para o armazenamento de dados. Se isso ocorrer, pressione a tecla  para exibir a tela mostrada abaixo

Ed i tOFF ESC
1 2

Cálculos Estatísticos

- Pressione **2** para sair da introdução de dados sem registrar o valor que acabou de introduzir.
- Pressione **1** se quiser registrar o valor que acabou de introduzir, sem salvá-lo na memória. Se fizer isso, entretanto, você não poderá exibir nem editar outros dados introduzidos.
- Para apagar os dados que acabou de introduzir, pressione **SHIFT** **CL**.
- Depois de introduzir os dados estatísticos no modo SD ou modo REG, você não poderá exibir nem editar itens de dados individuais depois de realizar uma das seguintes operações.
- Mudar para um outro modo Mudar o tipo de regressão (Lin, Log, Exp, Pwr, Inv, Quad).

Regressões

Utilize a tecla **MODE** para selecionar o modo REG quando quiser executar cálculos estatísticos usando regressão.

REG **MODE** **3**

- No modo SD e modo REG, a tecla **M+** funciona como a tecla **DT**.
- Selecionar o modo REG exibe telas como as mostradas abaixo.

Lin	Log	Exp	→
1	2	3	



←Pwr	Inv	Quad
1	2	3

Regressões

- Pressione a tecla numérica (**1**, **2** ou **3**) que corresponde ao tipo de regressão que deseja utilizar.

1 (Lin): Regressão linear

2 (Log): Regressão logarítmica

3 (Exp): Regressão exponencial

▶ 1 (Pwr): Regressão de potência

▶ 2 (Inv): Regressão inversa

▶ 3 (Quad): Regressão quadrática

- Sempre inicie a introdução dos dados com **SHIFT CLR 1** (Scl) **=** para apagar a memória de estatísticas.
- Introduza os dados usando a seqüência de teclas mostrada abaixo.

<Dados-x> **,** <Dados-y> **DT**

Regressões

Para chamar este tipo de valor:	Realize esta operação de teclas:
Σx^2	SHIFT S-SUM 1
Σx	SHIFT S-SUM 2
n	SHIFT S-SUM 3
Σy^2	SHIFT S-SUM ► 1
Σy	SHIFT S-SUM ► 2
Σxy	SHIFT S-SUM ► 3
\bar{x}	SHIFT S-VAR 1
$x\sigma_n$	SHIFT S-VAR 2
$x\sigma_{n-1}$	SHIFT S-VAR 3
\bar{y}	SHIFT S-VAR ► 1
$y\sigma_n$	SHIFT S-VAR ► 2
$y\sigma_{n-1}$	SHIFT S-VAR ► 3
Coeficiente de regressão A	SHIFT S-VAR ► ► 1
Coeficiente de regressão B	SHIFT S-VAR ► ► 2
Apenas regressão não quadrática	
Coeficiente de correlação r	SHIFT S-VAR ► ► 3
\hat{x}	SHIFT S-VAR ► ► ► 1
\hat{y}	SHIFT S-VAR ► ► ► 2

- A seguinte tabela mostra as operações de teclas que você deve realizar para chamar resultados no caso de uma regressão quadrática.

Para chamar este tipo de valor:	Realize esta operação de teclas:
Σx^3	SHIFT S-SUM ► ► 1
$\Sigma x^2 y$	SHIFT S-SUM ► ► 2
Σx^4	SHIFT S-SUM ► ► 3
Coeficiente de regressão C	SHIFT S-VAR ► ► 3
\hat{x}_1	SHIFT S-VAR ► ► ► 1
\hat{x}_2	SHIFT S-VAR ► ► ► 2
\hat{y}	SHIFT S-VAR ► ► ► 3

- Os valores nas tabelas acima podem ser usados dentro de expressões do mesmo modo usado para variáveis.

Relações entre variáveis

Uma maneira inicial de analisar e interpretar o comportamento de duas grandezas é por meio do **Diagrama de Dispersão**.

O **Diagrama de Dispersão** é um gráfico onde pontos no espaço cartesiano XY são usados para representar simultaneamente os valores de duas variáveis quantitativas medidas em cada elemento do conjunto de dados.

Diagrama de dispersão

Exemplo 1:

Tabela 1.6 Produção de um tecido em correspondência com o insumo utilizado em sua produção

Insumo (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Produção (y)	10	21	49	67	91	87	97	89	85	70

Produção de um tecido em relação ao insumo utilizado.

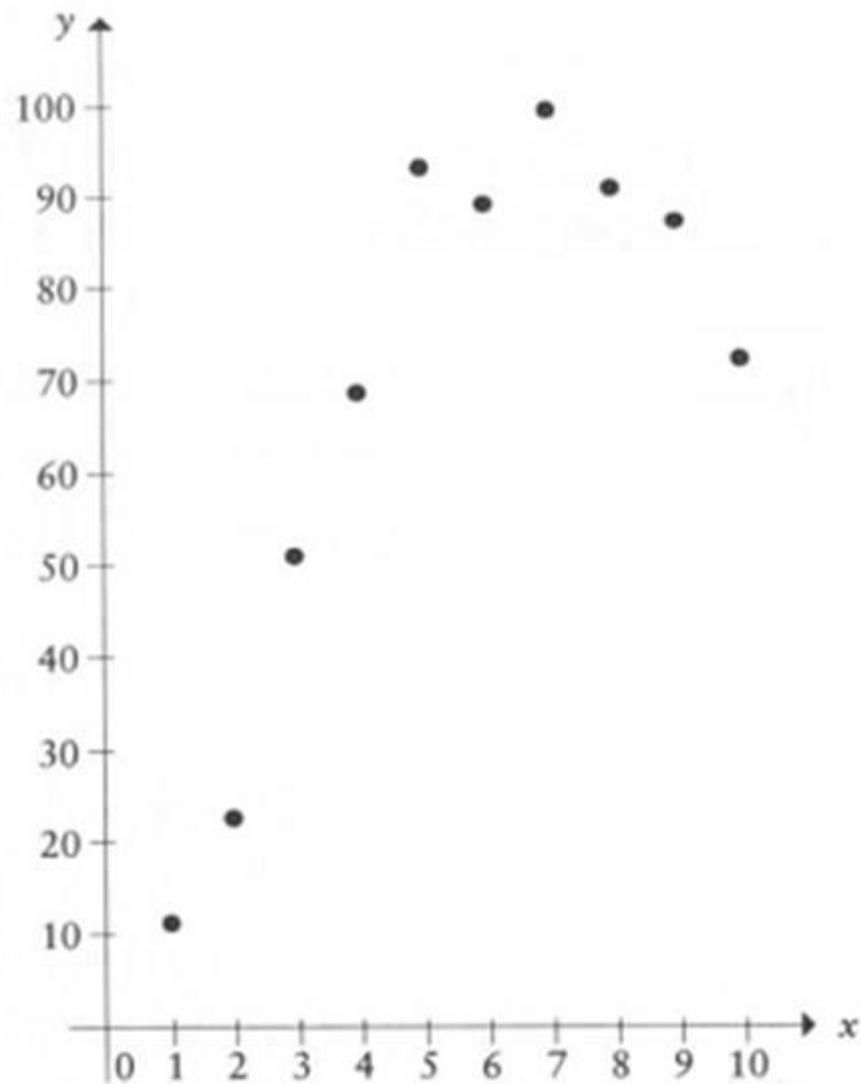


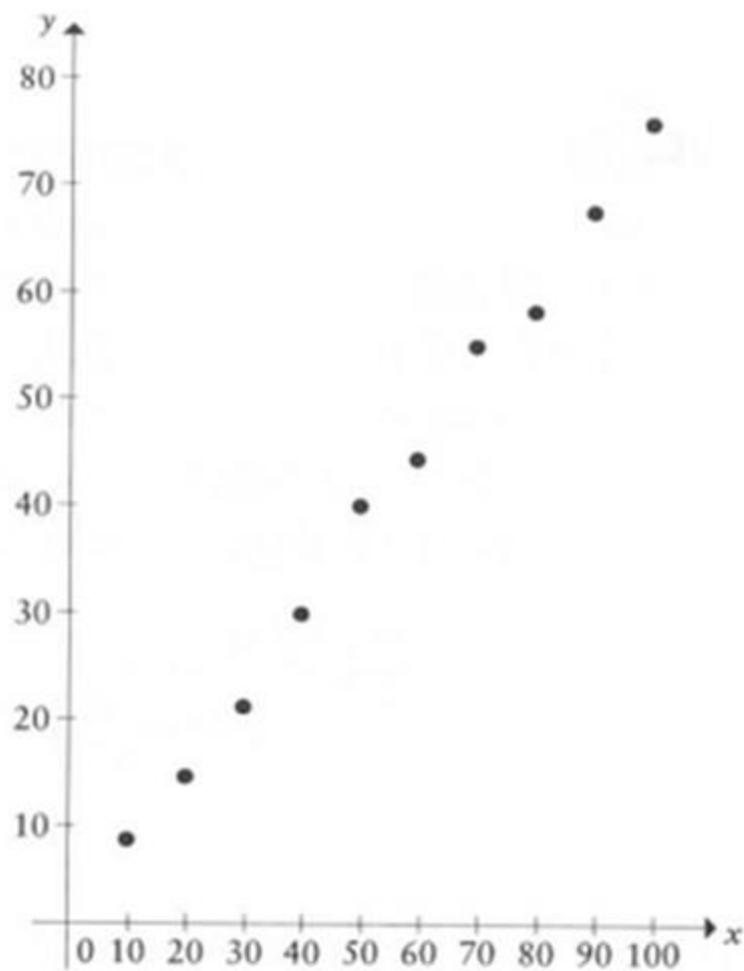
Diagrama de dispersão

Exemplo 2:

Tabela 1.7 Custo para transporte relacionado à distância a ser percorrida.

Distância (x)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Custo (y)	8	15	21	30	40	44	55	59	68	75

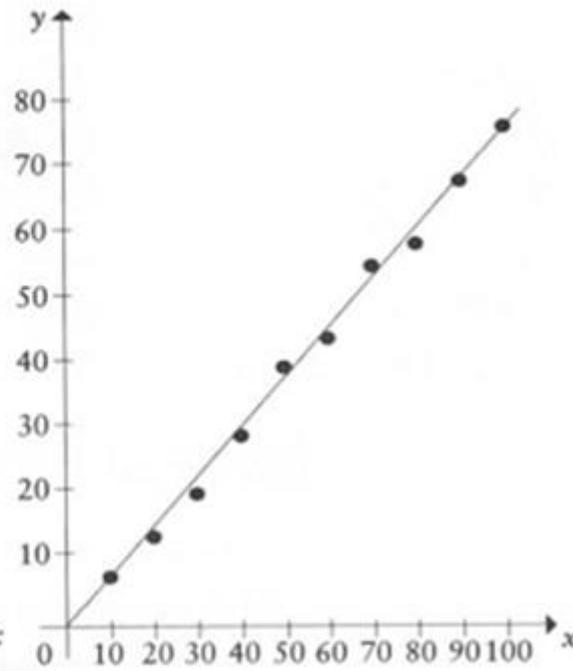
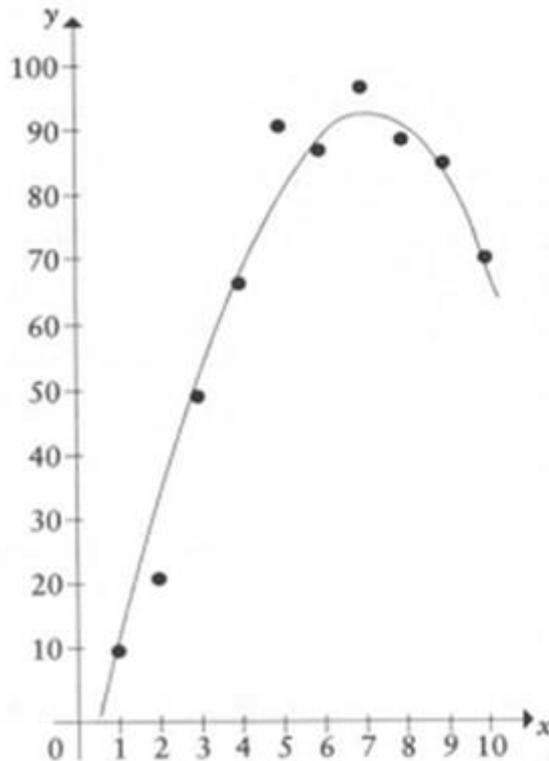
Custo do transporte de tecido em relação à distância a ser percorrida.



Podemos Traçar a mão livre uma curva

uma curva

Curva e reta que se aproximam dos pontos nos diagramas de dispersão.



Correlação Linear

O Segundo gráfico se aproxima de uma reta, portanto, dizemos que existe uma correlação linear entre as variáveis.

Assim, podemos utilizar a fórmula de Correlação de Pearson apresentada a seguir para calcular o quão forte ou fraca é essa correlação.

$$r = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{\left[n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2 \right]}}$$

Em que r varia de -1 a 1.

Diagrama de dispersão

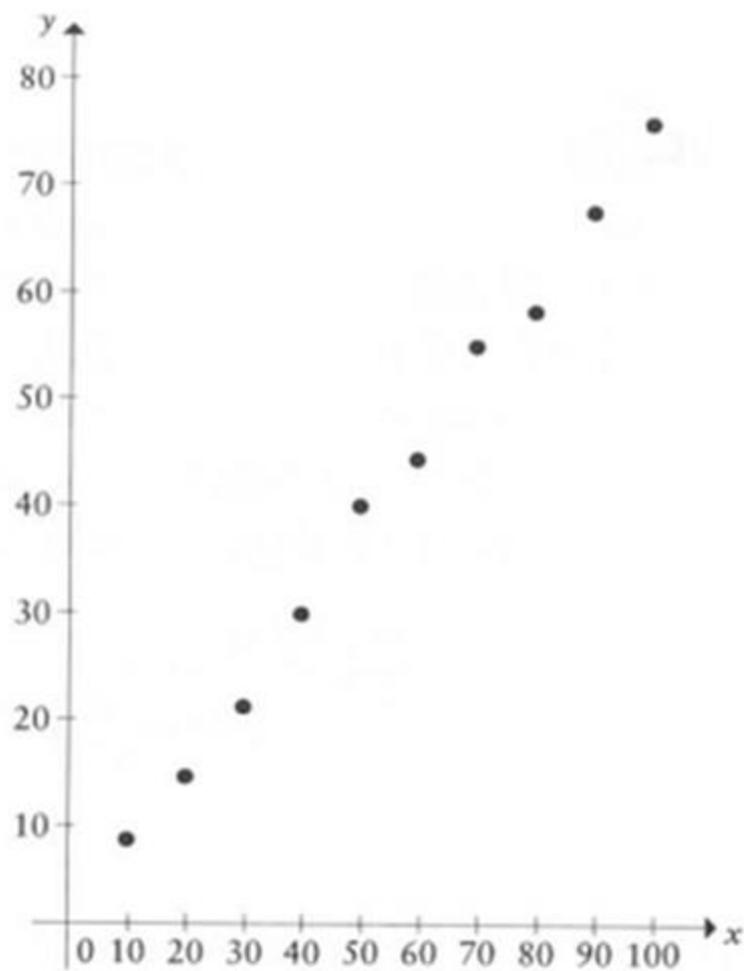
Exemplo 2:

Tabela 1.7 Custo para transporte relacionado à distância a ser percorrida.

Distância (x)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Custo (y)	8	15	21	30	40	44	55	59	68	75

Existe uma correlação linear entre as duas grandezas? Se sim, qual o seu valor?

Custo do transporte de tecido em relação à distância a ser percorrida.



Coeficiente de Correlação

$$r = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{\left[n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2 \right]}}$$

$$r = 0,998239022$$

Motivação

- Dado um diagrama de dispersão, é pouco provável que haja uma curva que passe exatamente por cada ponto e que descreva fielmente o sistema observado em laboratório.
- A razão disto é que a obtenção de dados experimentais possui erros inerentes ao processo. Além do mais, algumas variáveis podem sofrer alterações durante a experiência, o que irá provocar desvios na resposta.

Regressão

- **Regressão** é uma técnica que permite explorar e inferir a relação de uma variável dependente (variável de resposta) com variáveis independentes específicas (variáveis explicatórias).
- **Regressão** designa uma equação matemática que descreve a relação entre duas ou mais variáveis.
- O método de estimação mais amplamente utilizado é o **MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS**.

Regressão Linear

- A fórmula de regressão para regressão linear é:
 $y = A + Bx$.
- **Exemplo:** Pressão atmosférica vs. Temperatura

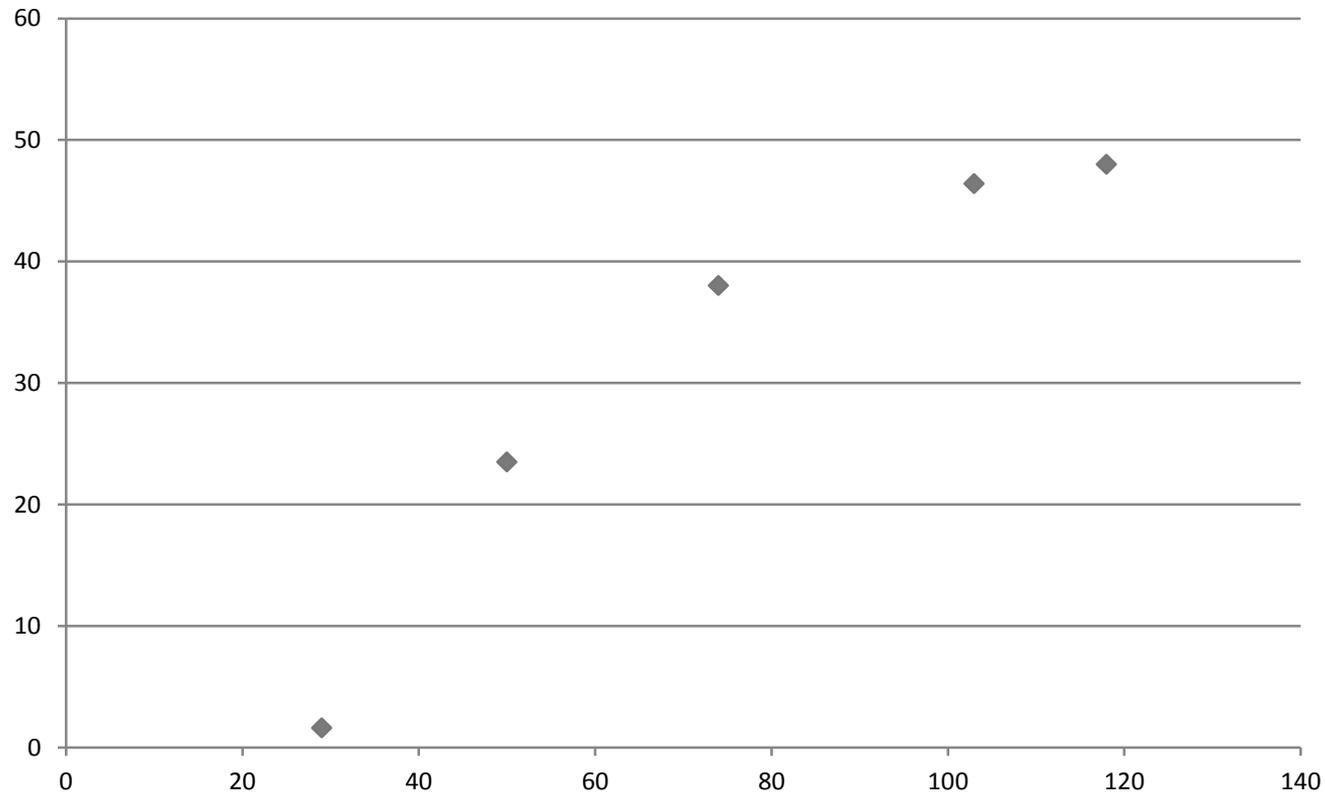
Temperatura	Pressão atmosférica
10°C	1003 hPa
15°C	1005 hPa
20°C	1010 hPa
25°C	1011 hPa
30°C	1014 hPa

Regressão Linear - Exercício

Realize a regressão linear para determinar os termos da fórmula de regressão e coeficiente de correlação para os dados. Em seguida, utilize a fórmula de regressão para estimar a pressão atmosférica a -5°C e a temperatura a 1000 hPa. Finalmente, calcule o coeficiente de determinação (r^2) e a covariância de amostra .

$$\left(\frac{\sum xy - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{n - 1} \right)$$

Gráfico de Dispersão



Solução

No modo REG:

1 (Lin)

SHIFT **CLR** **1** (Scl) **=** (Stat clear)

10 **,** 1003 **DT**

n=	REG	1.
----	-----	----

Cada vez que você pressiona **DT** para registrar uma introdução, o número de dados introduzidos até esse ponto é indicado no mostrador (valor n).

15 **,** 1005 **DT**

20 **,** 1010 **DT** 25 **,** 1011 **DT**

30 **,** 1014 **DT**

Coeficiente de regressão A = **997,4**



Coeficiente de regressão B = **0,56**



Coeficiente de correlação r = **0,982607368**



Pressão atmosférica a -5°C = **994,6**



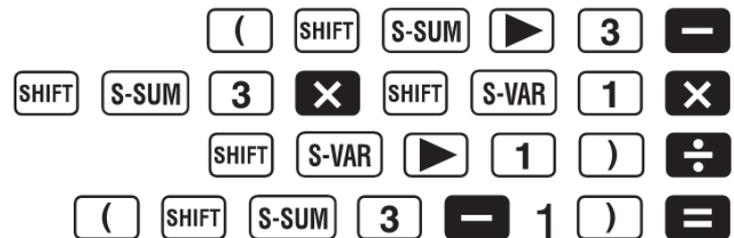
Temperatura a 1000 hPa = **4,642857143**

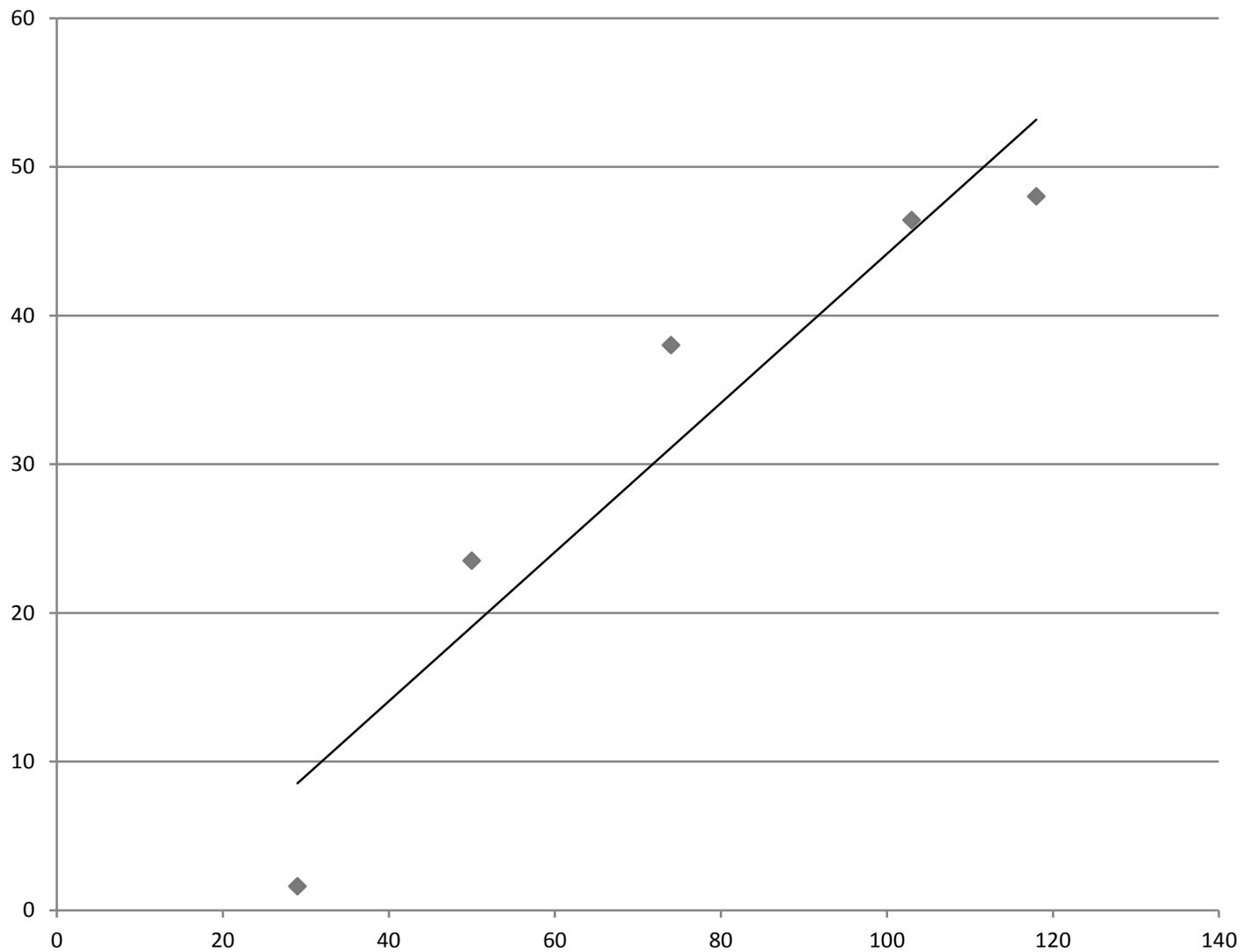


Coeficiente de determinação = **0,965517241**



Covariância de amostra = **35**





Regressão Logarítmica, Exponencial, de Potência e Inversa

Utilize as mesmas operações de teclas usadas para a regressão linear para chamar os resultados para esses tipos de regressão.

A seguinte tabela mostra as fórmulas de regressão para cada tipo de regressão.

Regressão logarítmica	$y = A + B \cdot \ln x$
Regressão exponencial	$y = A \cdot e^{B \cdot x}$ ($\ln y = \ln A + Bx$)
Regressão de potência	$y = A \cdot x^B$ ($\ln y = \ln A + B \ln x$)
Regressão inversa	$y = A + B \cdot 1/x$

Regressão Quadrática

$$y = A + Bx + Cx^2.$$

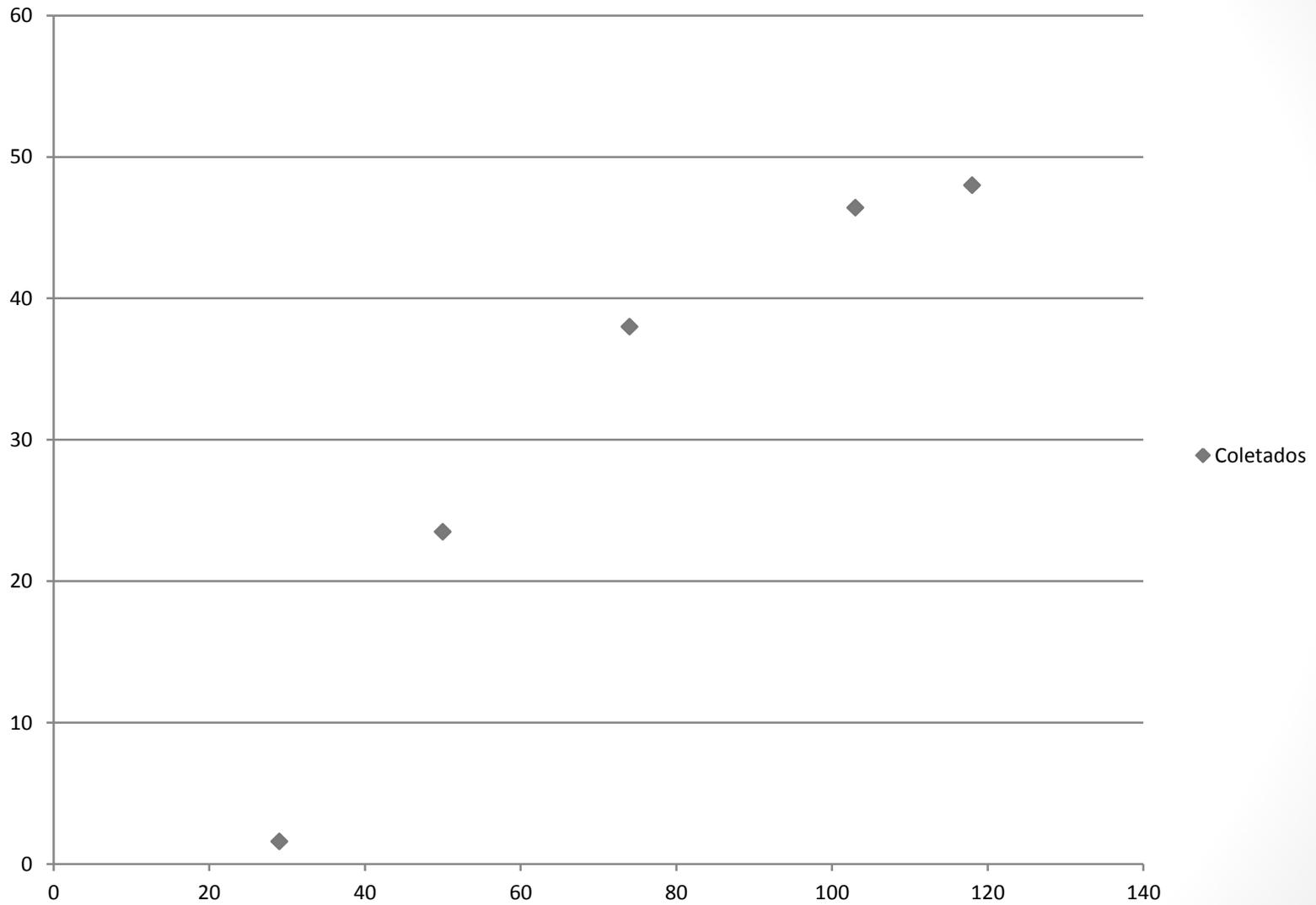
- **Exemplo:**

x_i	y_i
29	1,6
50	23,5
74	38,0
103	46,4
118	48,0

Exercício

Realize a regressão quadrática para determinar os termos da fórmula de regressão para os dados ao lado. Em seguida, utilize a fórmula de regressão para determinar os valores para \hat{y} (valor estimado de y) para $x_i=16$ e \hat{x} (valor estimado de x) para $y_i=20$.

Coletados



Solução

No modo REG:

3 (Quad)

1 (Scl) (Stat clear)

29 1.6 50 23.5
74 38.0 103 46.4
118 48.0

Coeficiente de regressão A = $-35,59856934$ **1**

Coeficiente de regressão B = $1,495939413$ **2**

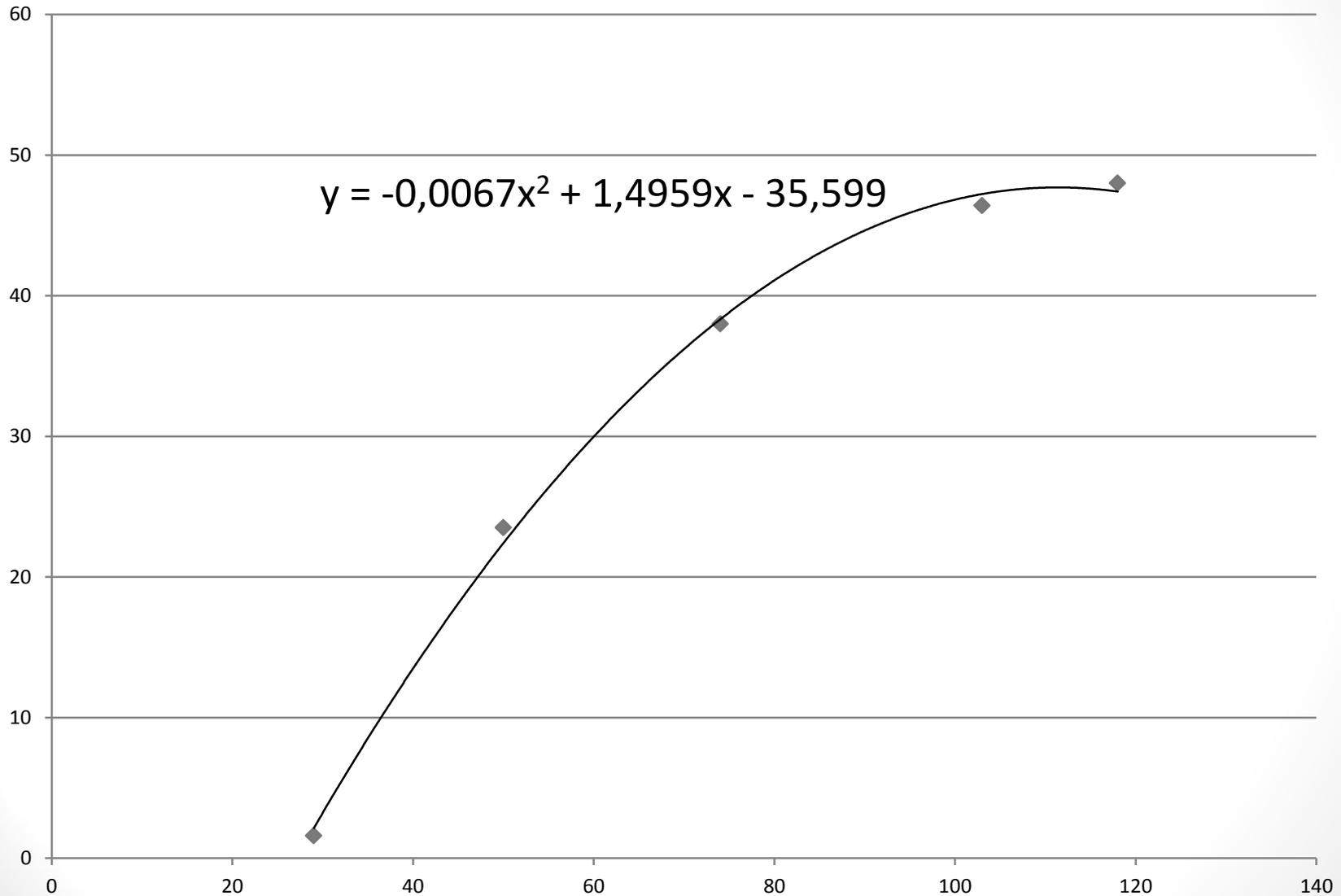
Coeficiente de regressão C = $-6,71629667 \times 10^{-3}$
 3

\hat{y} quando x_i é 16 = $-13,38291067$ 16 **3**

\hat{x}_1 quando y_i é 20 = $47,14556728$ 20 **1**

\hat{x}_2 quando y_i é 20 = $175,5872105$ 20 **2**

Coletados + Regressão



Precauções durante a introdução dos dados

- **DT** **DT** introduz os mesmos dados duas vezes.
- Você também pode introduzir entradas múltiplas dos mesmos dados usando **SHIFT** **;**. Para introduzir os dados “20 e 30” cinco vezes, por exemplo, pressione 20 **,** 30 **SHIFT** **;** 5 **DT**.
- Os resultados acima podem ser obtidos em qualquer ordem, e não necessariamente na ordem mostrada acima.
- As precauções indicadas para a edição dos dados introduzidos para o desvio padrão também são aplicáveis para os cálculos de regressão.
- Não use as variáveis de A a F, X ou Y para armazenar dados ao realizar cálculos estatísticos. Essas variáveis são usadas para a memória temporária de cálculos estatísticos e, portanto, quaisquer dados que possa ter designado a elas podem ser substituídos por outros valores durante cálculos estatísticos.

- Entrar no modo REG e selecionar um tipo de regressão (Lin, Log, Exp, Pwr, Inv, Quad) limpa as variáveis de A a F, X e Y. Mudar de um tipo de regressão para outro dentro do modo REG também limpa essas variáveis.

Informações Técnicas

Ao encontrar um problema

- Se o resultado de um cálculo não for o que você espera ou se ocorrer um erro, realize os seguintes passos.

1. Pressione **SHIFT** **CLR** **2** (Mode) **=** para inicializar todos os modos e definições.
2. Verifique a fórmula com a qual está trabalhando para conferir se está correta.
3. Selecione o modo correto e tente executar o cálculo de novo.

- Se os passos acima não corrigirem o problema, pressione a tecla **ON**. A calculadora realiza uma operação de auto-verificação e apaga todos os dados armazenados na memória se qualquer anormalidade for detectada. Certifique-se sempre de manter cópias escritas de todos os dados importantes.

Informações Técnicas

Mensagens de Erro

- A calculadora é travada enquanto uma mensagem de erro está no mostrador. Pressione a tecla  para cancelar o erro, ou pressione  ou  para exibir o cálculo e corrigir o problema.

Informações Técnicas

Math ERROR (erro matemático)

- **Causas**

- O resultado do cálculo está fora da faixa de cálculo permissível.
- Tentativa de executar um cálculo de função usando um valor que excede da faixa de introdução permissível.
- Tentativa de executar uma operação ilógica (divisão por zero, etc.).

- **Ação**

- Verifique os valores introduzidos e certifique-se de que estão dentro das faixas permissíveis. Preste especial atenção aos valores nas áreas da memória que estiver usando.

Informações Técnicas

Stack ERROR (erro de pilha)

- **Causa**

- A capacidade da pilha numérica ou pilha de operadores foi excedida.

- **Ação**

- Simplifique o cálculo. A pilha numérica tem 10 níveis e a pilha de operadores tem 24 níveis.
- Divida o seu cálculo em duas ou mais partes separadas.

Informações Técnicas

Syntax ERROR (erro de sintaxe)

- **Causa**

- Tentativa de realizar uma operação matemática ilegal.

- **Ação**

- Pressione  ou  para exibir o cálculo com o cursor localizado no lugar do erro e faça as correções requeridas.

Informações Técnicas

Arg ERROR (erro de argumento)

- **Causa**
 - Uso impróprio de um argumento
- **Ação**
 - Pressione  ou  para exibir o lugar da causa do erro e faça as correções requeridas.

Exercícios

1. Adicione 243,04 a 334,29.
2. Multiplique o resultado anterior por 5.
3. Calcule $33,55 \times 8,4 - 6$.
4. Calcule -75×35 .
5. Calcule 5×-35 .
6. Calcule $(33 - 12) \times (40 - 8)$.
7. Calcule $\frac{8/3}{5}$.
8. Calcule $\frac{8}{3/5}$.

Exercícios

9. Interprete os números em notação científica, transcrevendo-os em notação decimal.

a) 4×10^{-07}

b) 9×10^{-05}

c) 9×10^6

d) 5×10^5

Exercícios

10. Ajuste sua calculadora para apresentar os resultados com 2 casas decimais e realize as seguintes operações.

a) $-3,345/4,32$

b) $12,3445 \times 2,2234$

11. Realize as mesmas operações anteriores apresentando os resultados com 3 casas decimais.

Exercícios

12. Calcule $52/(365*(133-78))$ e apresente o resultado com 4 casas decimais e também na notação científica com 4 dígitos significativos.
13. Resolva $52/3+7/4$ arredondando o resultado para 2 casas decimais.
14. Dê a resposta com 2 casas decimais para as seguintes operações:
 - a) $44/13$
 - b) $22/3$
 - c) $32^3 \times 2,23455$

Exercícios

15. Faça o cálculo da média e desvio padrão da sequência de valores - 3, 4, 6, 8, 4, 6, 5.

Exercício 16

a) Construa o gráfico de dispersão para a tabela a seguir, que relaciona duas variáveis x e y .

Tabela 1

Preço Unitário (u.m.) (x)	10	20	30	40	50	60
Faturamento (u.m.) (y)	800	950	1.120	1.250	1.380	1.500

b) Com base nesse gráfico de dispersão ajuste uma curva a esses pontos.

Exercício 16

- c) Calcule o grau de correlação linear.
- d) Interprete a partir do valor r de que forma as variáveis se relacionam.
- d) Que tipo de classificação sobre o grau de correlação linear pode ser feita? É forte, moderado ou fraco?

$$r = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{\left[n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2 \right]}}$$

Exercício 17

Os dados apresentados na tabela a seguir mostram os valores observados no estudo do relacionamento existente entre as variáveis x (tempo em meses) e y (vendas em unidades) relativas a um produto já conhecido e comercializado no mercado.

Tempo (x) (meses)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vendas (y) (unidades)	475	460	620	615	600	670	790	750	765	800	820	825

Em decorrência das informações prestadas, pelo levantamento amostral das vendas em relação aos meses, responda às questões relativas aos itens:

- Construa o sistema de dispersão da pesquisa.
- O gráfico do sistema de dispersão construído no item (a) apresenta uma configuração ou aparência aproximadamente linear?

- c) Calcule o coeficiente de correlação linear, faça uma análise quanto ao sinal dele e seu grau de intensidade de relacionamento entre as variáveis x (tempo em meses) e y (volume de vendas).
- d) Calcule as estimativas \hat{a} e \hat{b} e monte o modelo de regressão linear simples.
- e) Monte em um mesmo sistema de eixos o sistema de dispersão dos dados observados (x e y) e a reta de regressão obtida no item (d).
- f) Faça a previsão das vendas para os meses $x = 13$, $x = 14$ e $x = 15$.

Exercício 18

Um fazendeiro, cuja principal cultura é o café, recentemente resolveu industrializar e comercializar a produção e vem acompanhando atentamente, ao longo de seis trimestres, a evolução da demanda de seu produto, com o objetivo de melhoria de resultados nas vendas. Ele solicitou ao departamento responsável de sua empresa dados relativos à demanda observada em função da ocorrência desses seis trimestres. Rapidamente, os resultados foram gerados e alocados em uma tabela.

Trimestres (x_i)	1	2	3	4	5	6
Demanda observada (y_i) (em unidades)	4.800	3.500	3.850	5.200	7.300	10.950

Continuação

A partir dos dados levantados:

- a) Construa o sistema de dispersão para a demanda em função dos trimestres e verifique se o comportamento desse sistema se aproxima de uma curva parabólica.
- b) Calcule e comente o coeficiente de correlação (r).
- c) Procure ajustar uma curva parabólica ($\hat{y} = \hat{a} \cdot x^2 + \hat{b} \cdot x + \hat{c}$) aos dados coletados.
- d) Uma vez ajustada a curva do 2º grau, calcule o vértice e interprete o resultado obtido.
- e) Segundo a função obtida no item (c), determine os intervalos de crescimento e decrescimento para a demanda.
- f) Estime a demanda para os dois trimestres seguintes.
- g) Partindo do pressuposto de que a demanda alcança um nível de 15.000 unidades, determine quando isso ocorre.



Obrigado e boa noite!

Contato: renatomerli@utfpr.edu.br