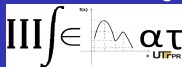


Aplicações: Utilizando geometria plana e espacial na interpretação da resolução de problemas



Prof. Gilberto Souto

Toledo, 05 de maio de 2015



Sumário

- 1 Questionamentos sobre a Matemática
 - Questões de Alunos
 - Curiosidades onde se aplica a Matemática



Sumário

- 1 Questionamentos sobre a Matemática
 - Questões de Alunos
 - Curiosidades onde se aplica a Matemática
- 2 O problema
 - Pioneiros da Programação Matemática



Sumário

- 1 Questionamentos sobre a Matemática
 - Questões de Alunos
 - Curiosidades onde se aplica a Matemática
- 2 O problema
 - Pioneiros da Programação Matemática
- 3 A Idéia de um Algoritmo



Sumário

- 1 Questionamentos sobre a Matemática
 - Questões de Alunos
 - Curiosidades onde se aplica a Matemática
- 2 O problema
 - Pioneiros da Programação Matemática
- 3 A Idéia de um Algoritmo
- 4 Conceitos Matemáticos
 - Noções básicas da geometria
 - Poliedro



Sumário

- 1 Questionamentos sobre a Matemática
 - Questões de Alunos
 - Curiosidades onde se aplica a Matemática
- 2 O problema
 - Pioneiros da Programação Matemática
- 3 A Idéia de um Algoritmo
- 4 Conceitos Matemáticos
 - Noções básicas da geometria
 - Poliedro
- 5 Visualização de poliedros



Questões de Alunos

Perguntas feitas por alunos em diversos níveis do modelo educacional brasileiro que possui como área básica a Matemática:



Questões de Alunos

Perguntas feitas por alunos em diversos níveis do modelo educacional brasileiro que possui como área básica a Matemática:



- 1 *Para que serve e onde se aplica a Matemática?*



Questões de Alunos

Perguntas feitas por alunos em diversos níveis do modelo educacional brasileiro que possui como área básica a Matemática:



- 1 *Para que serve e onde se aplica a Matemática?*
- 2 *Por que estudar cálculo e álgebra linear?*



Questões de Alunos

Perguntas feitas por alunos em diversos níveis do modelo educacional brasileiro que possui como área básica a Matemática:



- 1 *Para que serve e onde se aplica a Matemática?*
- 2 *Por que estudar cálculo e álgebra linear?*
- 3 *O que é isso de espaços vetoriais?*



Questões de Alunos

O que é Matemática?

A priori a palavra matemática deriva da palavra grega “mathike” que significa “ensinamentos”. A matemática é uma ciência formal que se baseia em: axiomas, teoremas, corolários, lemas, postulados e proposições para chegar a conclusões teóricas e práticas. Ela também pode ser vista como um sistema formal de pensamento para reconhecer, classificar e explorar padrões.

www.ime.usp.br/~masaki/mat.html



Questões de Alunos

Para que serve a Matemática?

É o melhor modo conhecido de “racionalizar” a Natureza. Através dela, conseguimos resolver um número bem grande de problemas de diversas áreas da Ciência. Além disto, desenvolve no matemático ou estudante de matemática uma enorme capacidade de abstração.

www.ime.usp.br/~masaki/mat.html



Questões de Alunos

Para que serve e onde se aplica a Matemática?



Matemático Espanhol

Eduardo Saénz de Cabezón Irigaray

- 1 www.youtube.com/watch?v=pGIzi2SwETc
- 2 www.youtube.com/watch?v=g-9_QNV8hhA



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

O verdadeiro significado da pergunta: *“Para que serve a Matemática?”*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

O verdadeiro significado da pergunta: *“Para que serve a Matemática?”*

“Por que tenho que estudar Matemática, já que nunca vou utilizar na minha vida?”



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “*Para que serve a Matemática?*”

- 1 **Postura de ataque:** *Esta pergunta não tem sentido. A Matemática tem um sentido próprio, sua lógica é uma das bases para as demais Ciências. Me responda: Para que serve a poesia? Para que serve o amor? Para que serve a vida? ...Horas, que pergunta é essa?*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “Para que serve a Matemática?”

- 1 **Postura de ataque:** *Esta pergunta não tem sentido. A Matemática tem um sentido próprio, sua lógica é uma das bases para as demais Ciências. Me responda: Para que serve a poesia? Para que serve o amor? Para que serve a vida? ...Horas, que pergunta é essa?*
- 2 **Postura defensiva:** *A Matemática está em tudo:*
 - *Sem Matemática as pontes caem;*
 - *Na realidade todos os computadores são pura Matemática;*
 - *Na segurança dos cartões de crédito se utiliza números primos;*
 - *Tudo são funções;*
 - *Tudo são autovalores e autovetores.*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “Para que serve a Matemática?”

- 1 **Postura de ataque:** *Esta pergunta não tem sentido. A Matemática tem um sentido próprio, sua lógica é uma das bases para as demais Ciências. Me responda: Para que serve a poesia? Para que serve o amor? Para que serve a vida? ...Horas, que pergunta é essa?*
- 2 **Postura defensiva:** *A Matemática está em tudo:*
 - *Sem Matemática as pontes caem;*
 - *Na realidade todos os computadores são pura Matemática;*
 - *Na segurança dos cartões de crédito se utiliza números primos;*
 - *Tudo são funções;*
 - *Tudo são autovalores e autovetores.*

Matemática não tem que servir para algo! × Matemática está em tudo!



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: *“Para que serve a Matemática?”*

- *A Matemática é uma Ciência básica que serve de suporte às demais Ciências!*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “Para que serve a Matemática?”

- *A Matemática é uma Ciência básica que serve de suporte às demais Ciências!*
- *Os pesquisadores (cientistas) buscam na matemática a base teórica para seus modelos terem consistência e deste modo permitir o avanço de seus projetos.*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “Para que serve a Matemática?”

- *A Matemática é uma Ciência básica que serve de suporte às demais Ciências!*
- *Os pesquisadores (cientistas) buscam na matemática a base teórica para seus modelos terem consistência e deste modo permitir o avanço de seus projetos.*
- *A Ciência utiliza-se da intuição e criatividade para progredir, já a Matemática “doma” a intuição e a criatividade!*



Eduardo Sáenz de Cabezón: A cosa serve la matematica

Resposta dos matemáticos: “Para que serve a Matemática?”

- *A Matemática é uma Ciência básica que serve de suporte às demais Ciências!*
- *Os pesquisadores (cientistas) buscam na matemática a base teórica para seus modelos terem consistência e deste modo permitir o avanço de seus projetos.*
- *A Ciência utiliza-se da intuição e criatividade para progredir, já a Matemática “doma” a intuição e a criatividade!*
- *A intuição e a criatividade formulam conjecturas. A Matemática, com seu rigor, busca padrões e normas para transformar conjecturas em possíveis teoremas – imutáveis e eternos!*



Eduardo Sáenz de Cabezón en el Senado: Día de las Enfermedades Raras

Estudo das singularidades: *“Para que serve a Matemática?”*

- *Algumas pessoas pensam que os matemáticos só fazem contas: operações elementares;*



Eduardo Sáenz de Cabezón en el Senado: Día de las Enfermedades Raras

Estudo das singularidades: “Para que serve a Matemática?”

- *Algumas pessoas pensam que os matemáticos só fazem contas: operações elementares;*
- *De certa forma, os matemáticos dedicam-se na busca de padrões e estruturas para nos apresentarem bases verdadeiras, normas imutáveis e eternas! (razão de “viver cientificamente”)*



Eduardo Sáenz de Cabezón en el Senado: Día de las Enfermedades Raras

Estudo das singularidades: “Para que serve a Matemática?”

- Algumas pessoas pensam que os matemáticos só fazem contas: operações elementares;
- De certa forma, os matemáticos dedicam-se na busca de padrões e estruturas para nos apresentarem bases verdadeiras, normas imutáveis e eternas! (razão de “viver cientificamente”)
- Ou não!? Na Matemática está bem definido o conceito de “quase sempre” e nele aparecem as singularidades!



Eduardo Sáenz de Cabezón en el Senado: Día de las Enfermedades Raras

Estudo das singularidades: *“Para que serve a Matemática?”*

- *Na ideia de singularidade, a razão de “viver cientificamente” pode dar razão de viver à pessoas com doenças raras! (singularidades)*



Eduardo Sáenz de Cabezón en el Senado: Día de las Enfermedades Raras

Estudo das singularidades: *“Para que serve a Matemática?”*

- *Na ideia de singularidade, a razão de “viver cientificamente” pode dar razão de viver à pessoas com doenças raras! (singularidades)*



Figura: *Stephen Hawking – Esclerose Lateral Amiotrófica ou ELA*

A Matemática no tratamento de imagens

Antes



Depois



Figura:

<http://conceitocriacao.blogspot.com.br/2010/06/tratamento-de-fotos-antigas-desbotadas.html>



Torres de Transmissão



Curva Catenária

- *Funções Hiperbólicas:*

$$\sinh(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$



Torres de Transmissão



Curva Catenária

- *Equação da Catenária:*

$$y = \frac{T_o}{\rho g} \left[\cosh \left(\frac{\rho g}{2T_o} (2x - a) \right) - \cosh \left(\frac{\rho g a}{2T_o} \right) \right]$$

Torres de Transmissão



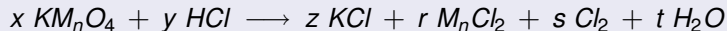
Curva Catenária

- Comprimento da Catenária:

$$L = \int_0^a \cosh \left(\frac{\rho g}{2T_0} (2x - a) \right) dx = \frac{2T_0}{\rho g} \sinh \left(\frac{\rho g a}{2T_0} \right)$$

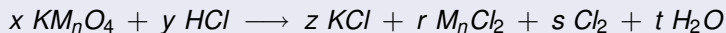
Aplicações na Química

Balanceamento



Aplicações na Química

Balanceamento

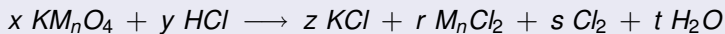


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ r \\ s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Aplicações na Química

Balanceamento



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ r \\ s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Solução



Trajetória de um projétil



Função quadrática

$$y(t) = y_o + V_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$



Processo de tomada de decisão

Diagnóstico, análise de dados para tomada de decisão

- 1 Bolsa de valores;
- 2 Estudo da evasão e retenção escolar;
- 3 Estratégia de guerra.



Aplicações de Álgebra Linear

Cantada

Gata, quando você chegou no meu mundo
você colocou um vetor nulo no meu conjunto de vetores e me deixou
linearmente dependente de você!



O Problema

Contratação de pessoal em uma agência de correios

Uma agência de correios emprega um número diferente de trabalhadores em cada dia da semana:

	dom	seg	ter	qua	qui	sex	sáb
Trabalhadores	11	17	13	15	19	14	16

O acordo sindical obriga cada empregado trabalhar 5 dias consecutivos e após tenha 2 dias de folga seguidos. Pretende-se saber qual o número mínimo de trabalhadores que devem ser contratados para que satisfaça as necessidades diárias da agência de correios?



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?

Podemos utilizar Programação Linear Inteira – PLI.



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?

Podemos utilizar Programação Linear Inteira – PLI.

Quais os conceitos básicos de PLI?



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?

Podemos utilizar Programação Linear Inteira – PLI.

Quais os conceitos básicos de PLI?

Cálculo de várias variáveis, álgebra linear e programação (algoritmos).



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?

Podemos utilizar Programação Linear Inteira – PLI.

Quais os conceitos básicos de PLI?

Cálculo de várias variáveis, álgebra linear e programação (algoritmos).

Como posso compreender o problema e o processo de resolução?



Problema dos correios

O que é necessário para resolver este problema?

Podemos utilizar Programação Linear Inteira – PLI.

Quais os conceitos básicos de PLI?

Cálculo de várias variáveis, álgebra linear e programação (algoritmos).

Como posso compreender o problema e o processo de resolução?

Interpretação e visualização geométrica!



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Newton (1642 - 1727)



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Newton (1642 - 1727)

- Leibniz e Newton - “*Matemática Geométrica*”;



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Newton (1642 - 1727)

- Leibniz e Newton - *“Matemática Geométrica”*;
- Euler e Lagrange - *“Desgeometrizando a Matemática”*;



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Cauchy (1789-1857)



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Cauchy (1789-1857)

minimizar $f(x)$
sujeito a $x \in \Omega$



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Cauchy (1789-1857)

minimizar $f(x)$
sujeito a $x \in \Omega$

- $f(x)$ função linear;



Pioneiros da Programação Matemática



Figura: Cauchy (1789-1857)

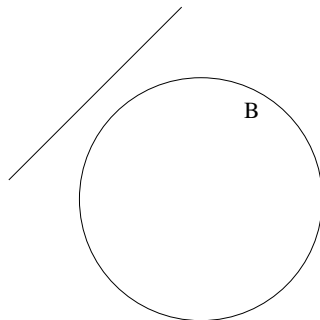
minimizar $f(x)$
sujeito a $x \in \Omega$

- $f(x)$ função linear;
- Ω uma bola.



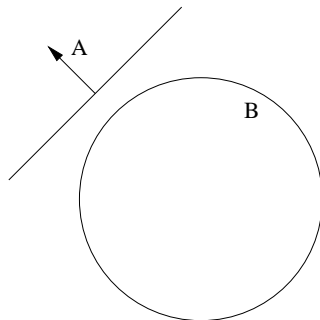
Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



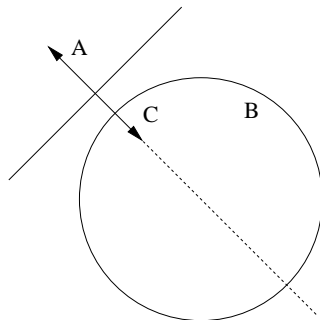
Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



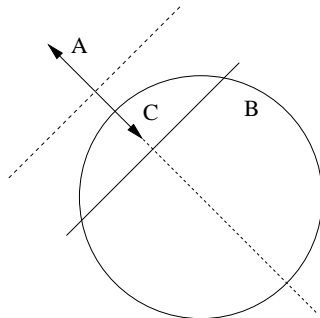
Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



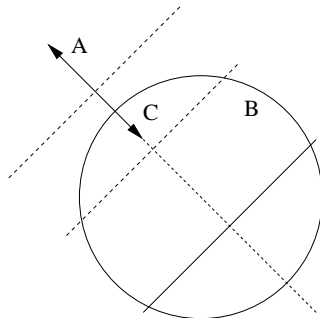
Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



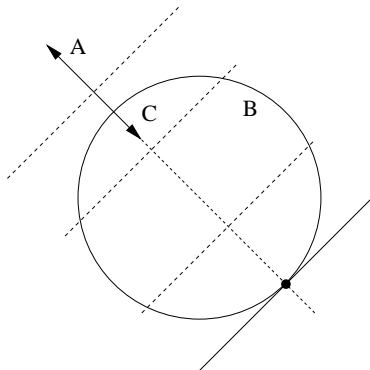
Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



Pioneiros da Programação Matemática

Problema de Cauchy



Pioneiros da Programação Matemática - PL



Figura: Koopmans, Dantzig e Kantorovich (Luxemburgo, 1976)

- Segunda Guerra Mundial (1941-1945)
- Controle da Força Aérea Americana no Pentágono;
- Pesquisa Operacional;
- Método Simplex (verão de 1947).



Pioneiros da Programação Matemática - PL



Figura: Dantzig e Khachiyan (Asilomar, 1990)

- *A polynomial algorithm in linear programming* (1979);
- Algoritmo de elipsóides;
- Prêmio Fulkerson (1982).



Programação Matemática Atual - PL e PNL



Figura: Clóvis C. Gonzaga

- Karmarkar (1985);
- C. Gonzaga (Berkeley, 1987);
- Algoritmo com complexidade inferior à de Karmarkar;
- Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico.



Programação Matemática Atual - PNL



Figura: T. Rockafellar

- Condições de KKT e Fritz-John (1948);
- Ragnar Frisch - PNL (1951) - Prêmio Nobel em Economia;
- G. Zoutendijk, T. Rockafellar, P. Wolfe, M. Powell, Fiacco, McCoormick (1960);
- BFGS - Broyden, Fletcher, Goldfrab e Shanno (1970).



Programação Matemática Atual - Otimização Combinatória



Figura: Nelson Maculan Filho

- R. E. Gomory - Programação Linear Inteira (1958);
- Gerou sistematicamente os planos de corte;
- Ellis Johnson (IBM), Egon Balas e muitos outros.
(Branch-and-Bound);
- Grã-Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico.



A Idéia de um Algoritmo

- A brincadeira - “*Tá quente... Tá frio...*”



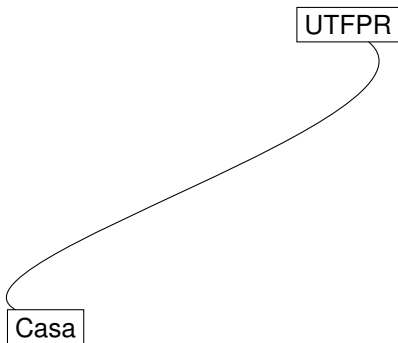
A Idéia de um Algoritmo

- A brincadeira - “*Tá quente... Tá frio...*”

Trata-se de um jogo infantil em que a criança tem seus olhos vendados, e tenta encontrar algo através do tato, enquanto as outras crianças dizem “está quente” ou “está frio” de acordo com a proximidade do objeto que se almeja achar.



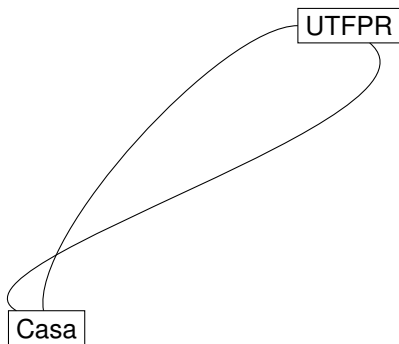
A Idéia de um Algoritmo



A escolha de um Caminho...



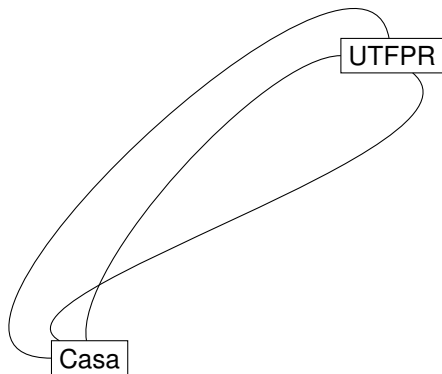
A Idéia de um Algoritmo



A escolha de um Caminho...



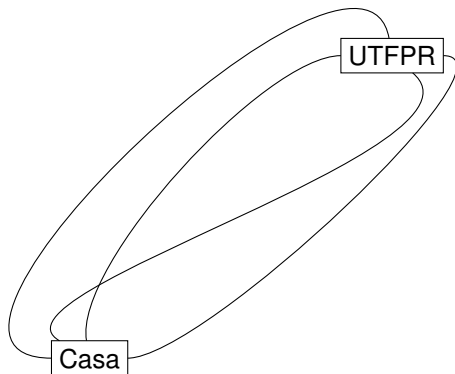
A Idéia de um Algoritmo



A escolha de um Caminho...

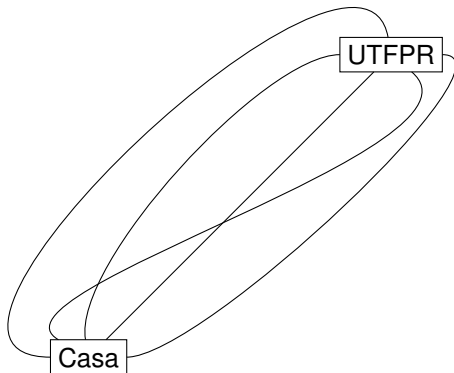


A Idéia de um Algoritmo



A escolha de um Caminho...

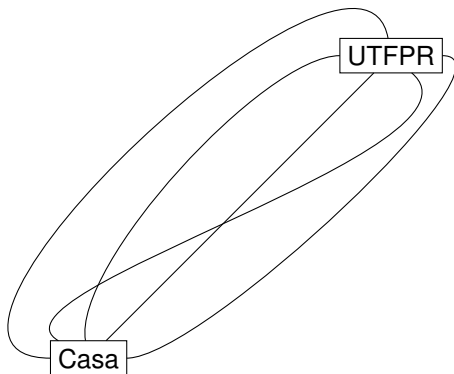




A escolha de um Caminho...



A Idéia de um Algoritmo

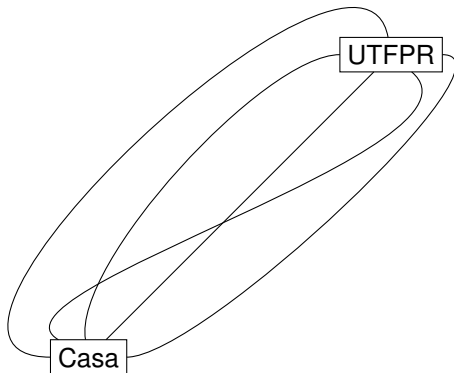


A escolha de um Caminho...

- 1 Criamos vários caminhos;



A Idéia de um Algoritmo

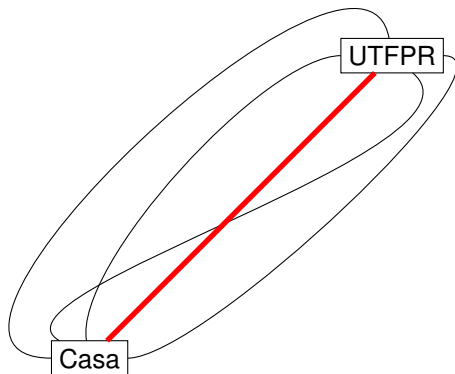


A escolha de um Caminho...

- 1 Criamos vários caminhos;
- 2 Entre esses caminhos, devemos escolher aquele que satisfaça nossas necessidades!



A Idéia de um Algoritmo



A escolha de um Caminho...

- 1 Criamos vários caminhos;
- 2 Entre esses caminhos, devemos escolher aquele que satisfaça nossas necessidades!



A Idéia de um Algoritmo

Algoritmo

- 1 Parte-se de um ponto inicial x^0 ;



A Idéia de um Algoritmo

Algoritmo

- 1 Parte-se de um ponto inicial x^0 ;
- 2 O oráculo “aponta” na direção do próximo ponto, em que é determinado o ponto x^1 ;



A Idéia de um Algoritmo

Algoritmo

- 1 Parte-se de um ponto inicial x^0 ;
- 2 O oráculo “aponta” na direção do próximo ponto, em que é determinado o ponto x^1 ;
- 3 Gera-se uma sequência (x^0, x^1, x^2, \dots) , com esperança de que esta sequência convirja para uma solução do problema.



Noções básicas de geometria

Definições

- 1 ponto;



Noções básicas de geometria

Definições

- 1 ponto;
- 2 reta;



Noções básicas de geometria

Definições

- 1 ponto;
- 2 reta;
- 3 plano;



Noções básicas de geometria

Definições

- 1 ponto;
- 2 reta;
- 3 plano;
- 4 poliedro.



Noções básicas de geometria

Definições

- 1 ponto;
- 2 reta;
- 3 plano;
- 4 poliedro.

Qual o significado de $x = 1$?



Poliedro

Definição (Convexidade)

Um conjunto $\Omega \in \mathbb{R}^n$ é chamado conjunto convexo se para quaisquer $x, y \in \Omega$ e $\alpha \in [0, 1]$, tem-se

$$\alpha x + (1 - \alpha)y \in \Omega.$$

O ponto $\alpha x + (1 - \alpha)y$, em que $\alpha \in [0, 1]$, é denominado a combinação convexa de x e y com parâmetro α .



Poliedro

Definição (Convexidade)

Um conjunto $\Omega \in \mathbb{R}^n$ é chamado conjunto convexo se para quaisquer $x, y \in \Omega$ e $\alpha \in [0, 1]$, tem-se

$$\alpha x + (1 - \alpha)y \in \Omega.$$

O ponto $\alpha x + (1 - \alpha)y$, em que $\alpha \in [0, 1]$, é denominado a combinação convexa de x e y com parâmetro α .

Definição (Envoltória Convexa)

Envoltória convexa de um conjunto $\Omega \in \mathbb{R}^n$ é o menor conjunto convexo que o contém.



Poliedro

Definição (Politopo)

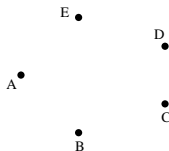
Um politopo é uma envoltória convexa de um conjunto finito de pontos em \mathbb{R}^n .



Poliedro

Definição (Politopo)

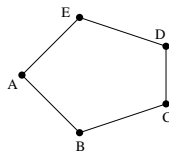
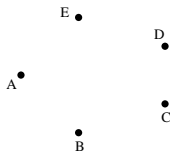
Um politopo é uma envoltória convexa de um conjunto finito de pontos em \mathbb{R}^n .



Poliedro

Definição (Politopo)

Um politopo é uma envoltória convexa de um conjunto finito de pontos em \mathbb{R}^n .



Poliedro

Definição (Hiperplano)

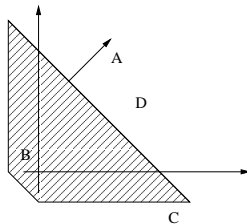
Um hiperplano em \mathbb{R}^n é uma variedade linear de dimensão $n - 1$. É caracterizado pela equação $\rho^T x = \delta$, em que $\rho \in \mathbb{R}^n$ é a normal do hiperplano e $\delta \in \mathbb{R}$.



Poliedro

Definição (Semi-espaços)

Um hiperplano $\rho^T x = \delta$ divide o \mathbb{R}^n em um semi-espaço fechado $\rho^T x \leq \delta$ e um semi-espaço aberto $\rho^T x > \delta$.



Poliedro

Definição (Poliedro)

Um conjunto $P \in \mathbb{R}^n$ é um poliedro se e somente se pode ser representado como uma intersecção finita de semi-espacos fechados.



Poliedro

Teorema

Um conjunto $P \in \mathbb{R}^n$ é um politopo se e somente se é um poliedro limitado.

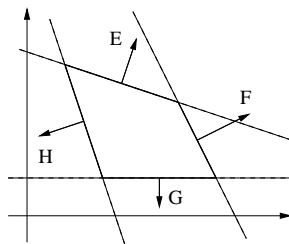
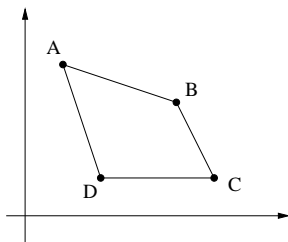


Figura: Representação de um politopo e um poliedro limitado.

Representação de poliedros

Um poliedro P é representado por um sistema de desigualdades definidas por semi-espacos

$$P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \rho_i^T x \leq \delta_i, i = 1, \dots, m\}.$$

Construindo a matriz $A^T = [\rho_1 \ \rho_2 \ \cdots \ \rho_m]_{n \times m}$ e $b = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_m \end{bmatrix}$, o poliedro é descrito por

$$Ax \leq b.$$



Representação de poliedros

- Formato de desigualdades;

$$Ax \leq b$$



Representação de poliedros

- Formato de desigualdades;

$$Ax \leq b$$

- Formato de desigualdades com variáveis não negativas (Canônico);

$$\begin{aligned} Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$



Representação de poliedros

- Formato de desigualdades;

$$Ax \leq b$$

- Formato de desigualdades com variáveis não negativas (Canônico);

$$\begin{aligned} Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

- Formato de igualdades (Padrão).

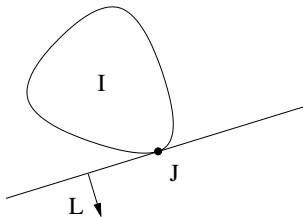
$$\begin{aligned} Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$



Teorema da Separação

Definição (Hiperplano Suporte)

Se o hiperplano separador “toca” em Ω , isto é, se $\rho^T \bar{x} = \delta$ para algum $\bar{x} \in \partial\Omega$, então $\rho^T \bar{x} = \delta$ é um suporte de Ω .



Poliedro

Teorema (Teorema da Separação)

Sejam $\Omega_1 \subset \mathbb{R}^n$ e $\Omega_2 \subset \mathbb{R}^n$ conjuntos convexos não vazios tais que $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$. Então existem $\rho \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ e $\delta \in \mathbb{R}$ tais que

$$\rho^T x^1 \leq \delta \leq \rho^T x^2 \quad \forall x^1 \in \Omega_1, \forall x^2 \in \Omega_2,$$

ou, equivalentemente, existe um hiperplano $\rho^T x = \delta$ que separa Ω_1 de Ω_2 .



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .

Nomeclatura: Considere um poliedro de dimensão q .

- Faces impróprias: todo o poliedro e o conjunto vazio;



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .

Nomeclatura: Considere um poliedro de dimensão q .

- Faces impróprias: todo o poliedro e o conjunto vazio;
- Faces próprias: faces com dimensão $0, 1, \dots, q - 1$;



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .

Nomeclatura: Considere um poliedro de dimensão q .

- Faces impróprias: todo o poliedro e o conjunto vazio;
- Faces próprias: faces com dimensão $0, 1, \dots, q - 1$;
- Faceta: face de dimensão $q - 1$;



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .

Nomeclatura: Considere um poliedro de dimensão q .

- Faces impróprias: todo o poliedro e o conjunto vazio;
- Faces próprias: faces com dimensão $0, 1, \dots, q - 1$;
- Faceta: face de dimensão $q - 1$;
- Vértice: face de dimensão zero;



Definição (Face de um poliedro)

Considere o poliedro $P \subset \mathbb{R}^n$. Um conjunto $F \subset P$ é uma face de P se, e somente se $F = \emptyset$ ou $F = P$ ou $F = P \cap S$, em que S é um suporte de P .

Nomeclatura: Considere um poliedro de dimensão q .

- Faces impróprias: todo o poliedro e o conjunto vazio;
- Faces próprias: faces com dimensão $0, 1, \dots, q - 1$;
- Faceta: face de dimensão $q - 1$;
- Vértice: face de dimensão zero;
- Aresta: face de dimensão 1.



Visualização de poliedros

Formato Canônico

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$



Visualização de poliedros

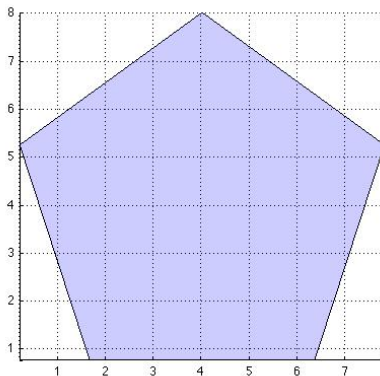


Figura: Pentágono $\subset \mathbb{R}^2$



Visualização de poliedros

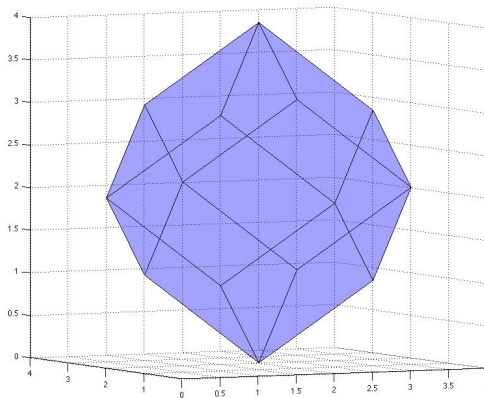


Figura: Poliedro $\subset \mathbb{R}^3$

